

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Uroš Ognjenović

**ISPITIVANJE UTICAJA ZATEZNIH
IZOLATORA NA MEHANIČKI
PRORAČUN NADZEMNIH VODOVA
U SLUČAJU RAVNIH RASPONA**

– MAGISTARSKI RAD –

Podgorica, 2023. godine

PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime: **Uroš Ognjenović**

Datum i mjesto rođenja: **17. april 1998. godine, Nikšić**

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija:

Energetika i automatika, 2019. godine

Naziv završenog specijalističkog studijskog programa i godina završetka studija:

Energetika i automatika - Elektroenergetski sistemi, 2020. godine

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: **Postdiplomske akademske studije, odsjek Energetika i automatika, smjer Elektroenergetski sistemi**

Naslov rada: **Ispitivanje uticaja zateznih izolatora na mehanički proračun nadzemnih vodova u slučaju ravnih raspona**

Fakultet na kojem je rad odbranjen: **Elektrotehnički fakultet Podgorica**

UDK, OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada: **26. decembar 2022. godine**

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: **08. maj 2023. godine**

Mentor: **Prof. dr Vladan Radulović**

Komisija za ocjenu rada:

1. **Prof. dr Saša Mujović**
2. **Prof. dr Vladan Radulović**
3. **Prof. dr Zoran Miljanić**

Komisija za odbranu rada:

1. **Doc. dr Snežana Vujošević**
2. **Prof. dr Vladan Radulović**
3. **Prof. dr Zoran Miljanić**

Datum odbrane: **15. decembar 2023. godine**

Ime i prezime autora: Uroš Ognjenović

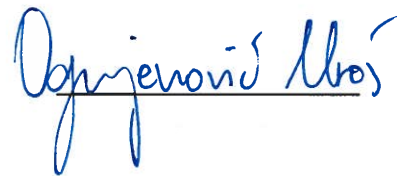
Etička izjava

U skladu sa članom 22 Zakona o akademskom integritetu i članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, pod krivičnom i materijalnom odgovornošću, izjavljujem da je magistarski rad pod naslovom:

„Ispitivanje uticaja zateznih izolatora na mehanički proračun nadzemnih vodova u slučaju ravnih raspona”

moje originalno djelo.

Podnosilac izjave:



Uroš Ognjenović

Podgorica, 30. avgust 2023. godine

Volim da putujem, ali mrzim da stižem.

Albert Ajnštajn

Predgovor

Mehanički proračun nadzemnih elektroenergetskih vodova koji uključuje određivanje ugiba i naprezanja provodnika na temperaturi od -20°C do 40°C jedan je od zadataka projektanta nadzemnih elektroenergetskih vodova. Izlazni rezultati ovog proračuna se koriste za postavljanje užadi na stubove nadzemnih elektroenergetskih vodova, vodeći računa o poštovanju dozvoljenih sigurnosnih razmaka, što je problematika od izrazitog značaja u slučaju kada nadzemni elektroenergetski vodovi prelaze preko objekata.

Provodnici nadzemnih elektroenergetskih vodova se na stubove vješaju posredno, preko visećih ili zateznih izolatora, koji su neophodni kako bi se djelovi pod naponom odvojili od uzemljenih djelova. Međutim, i pored ove činjenice, u klasičnom pristupu projektovanju nadzemnih elektroenergetskih vodova, odnosno pri određivanju ugiba i naprezanja, zanemaruje se prisustvo izolatora i proračun se vrši kao da se provodnici na stubove vješaju direktno. Ova pretpostavka pojednostavljuje proračun i omogućava korišćenje jednostavnijeg matematičkog modela.

Izolatorski lanci koji se koriste za nadzemne elektroenergetske vodove visokog i veoma visokog napona imaju masu koja je reda više stotina kilograma na najvišim naponima, što ukazuje na neminovnu grešku koja se unosi u proračun usljed mnogo manje mase po jedinici dužine provodnika u odnosu na izolatore. Od interesa je odrediti ovu grešku i ispitati njeno ponašanje u zavisnosti od dva ključna parametra izolatorskih lanaca, mase i dužine. Pored toga, postavlja se pitanje da li je moguće odrediti granični raspon koji zadovoljava sledeće uslove: za raspone manje od graničnog raspona, greška ugiba usljed zanemarivanja uticaja zateznih izolatora je veća od dozvoljenog nivoa i stoga se mora koristiti tačan matematički model, za sve raspone veće od graničnog raspona, greška ugiba usljed zanemarivanja uticaja zateznih izolatora je zanemarljiva i može se koristiti približan matematički model.

Posebnu zahvalnost dugujem mom mentoru, prof. dr Vladanu Raduloviću, za to što mi je otvorio vrata ka svijetu energetike, za to što me je svojim uzorom naučio da u životu postoji samo jedan pravi put, za višegodišnje mentorstvo, kako tokom izrade specijalističkog i magistarskog rada, tako i za neprestanu podršku, motivaciju i za prijateljske riječi kada god mi je to bilo potrebno.

Ovaj rad ne bi bio moguć ni bez moje porodice. Draga porodico, oče, majko, brate, sestro, hvala vam na безусловnoj podršci, vjeri u mene i stalnom vjetru u leđa. Nadam se da sam vas učinio ponosnim.

Sažetak

Prilikom projektovanja nadzemnog elektroenergetskog voda, neophodno je riješiti problem mehaničkog proračuna užadi, odnosno određivanja ugiba i naprezanja pri svim temperaturama (obično između -20°C i 40°C). Podaci dobijeni ovim proračunom se koriste za postavljanje užadi na stubove nadzemnog elektroenergetskog voda, a da se pritom ne ugroze sigurnosni razmaci u svim pogonskim uslovima. U klasičnom pristupu mehaničkom proračunu nadzemnih vodova se zanemaruje uticaj zateznih izolatora na ugib i naprezanje.

U ovom radu ispitan je uticaj zateznih izolatora na ugib i naprezanje provodnika nadzemnih elektroenergetskih vodova na tri naponska nivoa (110 kV, 220 kV i 400 kV). Data je zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine zateznih izolatora i određeni granični rasponi za četiri nivoa greške. Proračuni su izvršeni za slučaj kapastih izolatora na sva tri naponska nivoa i za slučaj štapnih izolatora na 110 kV naponskom nivou. Matematički model u klasičnom pristupu mehaničkom proračunu nadzemnih elektroenergetskih vodova (lančanica i parabola) je obrađen na početku rada, a kasnije je isti proširen obuhvatanjem uticaja zateznih izolatora.

Rezultati istraživanja pokazuju da se zanemarivanjem uticaja zateznih izolatora na ugib i naprezanje u proračun neminovno unosi greška i da ta greška zavisi od raspona, što znači da je moguće odrediti granični raspon. Dakle, određeni su granični rasponi za sva tri naponska nivoa i za četiri nivoa dozvoljene relativne greške ugiba (1%, 3%, 5% i 10%). Rezultati pokazuju da minimalna vrijednost graničnog raspona iznosi 38 metara za najveću dozvoljenu relativnu grešku ugiba od 10% i da se taj raspon javlja na 110 kV naponskom nivou. Takođe, u radu su određene montažne krive za temperature od -20°C do 40°C i dato poređenje rezultata u proračunu bez obuhvaćenih zateznih izolatora i rezultata u proračunu sa obuhvaćenim zateznim izolatorima. Svi proračuni su izvedeni za slučaj jednostrukih i dvostrukih izolatorskih lanaca.

Dobijeni rezultati jasno pokazuju da se primjenom matematičkog modela za mehanički proračun nadzemnih vodova koji obuhvata uticaj zateznih izolatora na ugib i naprezanje značajno smanjuje greška ugiba i da na osnovu poznavanja vrijednosti graničnih raspona projektant može da zaključi da li je u proračunu ugiba i naprezanja neophodno koristiti tačan matematički model.

Ključne riječi: nadzemni elektroenergetski vod, mehanički proračun, zatezni izolator, ugib, naprezanje

Abstract

When designing an overhead power line, it is necessary to solve the problem of mechanical calculation, specifically determining the sag and tension at all temperatures (typically between -20°C and 40°C). The data obtained from these calculations are used to install the conductors on overhead power line towers without compromising safety clearances under all operating conditions. In the conventional approach to mechanical calculation of overhead lines, the influence of tension insulators on the sag and tension is neglected.

This paper investigates the impact of tension insulators on the sag and tension of overhead power conductors at three voltage levels (110 kV, 220 kV, and 400 kV). It examines the relationship between the relative sag error and the mass and length of the tension insulators, and establishes critical spans for four levels of error. The calculations were performed for both cap-and-pin insulators at all three voltage levels and post insulators at the 110 kV level. The paper initially presents a mathematical model based on the classical approach to the mechanical calculation of overhead power conductors (catenary and parabola), and later expands it to include the effects of tension insulators.

The research results demonstrate that neglecting the influence of tension insulators on sag and tension introduces unavoidable errors in the calculations, and these errors depend on the span, which means that it is possible to determine a critical span. Therefore, critical spans were determined for all three voltage levels and for four levels of acceptable relative sag errors (1%, 3%, 5% i 10%). The results show that the minimum value of the critical span is 38 meters for the maximum acceptable relative sag error of 10%, and this span occurs at the 110 kV voltage level. Additionally, the paper determines stringing charts for temperatures ranging from -20°C to 40°C and provides a comparison between the results obtained without considering tension insulators and the results obtained when accounting for tension insulators. All calculations were carried out for both single and double insulator sets.

The obtained results show that by applying a mathematical model for the mechanical calculation of overhead lines that takes into account the influence of tension insulators on sag and tension, the sag error is significantly reduced. Based on the knowledge of the critical span values, the designer can conclude whether it is necessary to use an accurate mathematical model in the calculation of sag and tension.

Keywords: overhead transmission line, mechanical calculation, tension insulator, sag, tension

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Mehanički proračun nadzemnih vodova	3
2.1	Matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora	3
2.1.1	Tačan matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora	3
2.1.1.1	Određivanje krive ugiba	3
2.1.1.2	Određivanje ugiba	8
2.1.1.3	Određivanje visinske razlike tačaka vješanja i dužine provodnika	9
2.1.1.4	Određivanje vertikalnih sila i ukupnog naprezanja . .	13
2.1.2	Približan matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora	15
2.1.2.1	Određivanje krive ugiba	16
2.1.2.2	Određivanje ugiba	18
2.1.2.3	Određivanje vertikalnih sila i ukupnog naprezanja . .	20
2.1.2.4	Određivanje dužine provodnika	20
2.1.2.5	Relativna greška ugiba parabole	21
2.1.3	Jednačina stanja provodnika	22
2.2	Matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova sa obuhvatanjem uticaja zateznih izolatora	26
2.2.1	Kruti izolatori	26
2.2.2	Fleksibilni izolatori	30

3	Određivanje uticaja zateznih izolatora na ugib i naprezanje	32
3.1	110 kV naponski nivo	32
3.1.1	Fleksibilni izolatori	32
3.1.2	Kruti izolatori	38
3.2	220 kV naponski nivo	48
3.3	400 kV naponski nivo	54
3.4	Grafički prikaz rezultata	60
4	Zaključak	63

Spisak slika

2.1	Kriva ugiba	3
2.2	Ravnoteža sila	4
2.3	Jednakost uglova	5
2.4	Vertikalna sila u svim tačkama provodnika	14
2.5	Grafik funkcije $\sinh(x)$	14
2.6	Gravitaciona sila	15
2.7	Lančanica i parabola	16
2.8	Lančanica i parabola (primjer)	17
2.9	Relativna greške parabole u odnosu na lančanicu	17
2.10	AAC provodnik	24
2.11	ACSR provodnik	25
2.12	GZTACSR provodnik	26
2.13	Porcelanski štapni izolator	26
2.14	Raspon sa zateznim izolatorima na oba kraja	27
2.15	Sile koje djeluju na zatezne izolatore	28
2.16	Kapasti stakleni izolator	30
2.17	Višestruki štapni izolator	30
3.1	Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)	33
3.2	Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)	34
3.3	Ugib u funkciji od raspona na 110 kV naponskom nivou	35
3.4	Apsolutna greška ugiba na 110 kV naponskom nivou	35
3.5	Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 110 kV naponskom nivou	36
3.6	Granični rasponi na 110 kV naponskom nivou	36
3.7	Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 110 kV naponskom nivou	37

3.8	Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 110 kV naponskom nivou	38
3.9	Lančаницe u slučaju štapnog izolatora	39
3.10	Apsolutna greška ugiba u svim tačkama raspona	39
3.11	Montažne krive (jednostruki štapni izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)	40
3.12	Montažne krive (dvostruki štapni izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)	41
3.13	Projekcije jednostrukog izolatorskog lanca na x i y osu u funkciji od temperature	42
3.14	Projekcije izolatora na x i y osu u funkciji od temperature	43
3.15	Položaj jednostrukog i dvostrukog izolatorskog lanca na -20°C i 40°C	44
3.16	Ugib u funkciji od raspona za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou	45
3.17	Apsolutna greška ugiba za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou	45
3.18	Apsolutna greška ugiba u procentima raspona za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou	46
3.19	Granični rasponi za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou	46
3.20	Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 400 kV naponskom nivou za slučaj štapnih izolatora	47
3.21	Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou	48
3.22	Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 220 kV naponskom nivou)	49
3.23	Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 220 kV naponskom nivou)	50
3.24	Ugib u funkciji od raspona na 220 kV naponskom nivou	51
3.25	Apsolutna greška ugiba na 220 kV naponskom nivou	51
3.26	Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 220 kV naponskom nivou	52
3.27	Granični rasponi na 220 kV naponskom nivou	52
3.28	Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 220 kV naponskom nivou	53

3.29	Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 220 kV naponskom nivou	54
3.30	Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 400 kV naponskom nivou)	55
3.31	Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 400 kV naponskom nivou)	56
3.32	Ugib u funkciji od raspona na 400 kV naponskom nivou	57
3.33	Apsolutna greška ugiba na 400 kV naponskom nivou	57
3.34	Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 400 kV naponskom nivou	58
3.35	Granični rasponi na 400 kV naponskom nivou	58
3.36	Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 400 kV naponskom nivou	59
3.37	Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 400 kV naponskom nivou	60
3.38	Granični rasponi na svim naponskim nivoima (jednostruki izolatorski lanac)	61
3.39	Granični rasponi na svim naponskim nivoima (dvostruki izolatorski lanac)	61
3.40	Granični rasponi na 110 kV naponskom nivou	62

Spisak tabela

3.1	Parametri provodnika Al/Fe 240/40	32
3.2	Granični rasponi i nivoi greške na 110 kV naponskom nivou	37
3.3	Granični rasponi i nivoi greške na 110 kV naponskom nivou za slučaj štapnih izolatora	47
3.4	Parametri provodnika Al/Fe 490/65	48
3.5	Granični rasponi i nivoi greške na 220 kV naponskom nivou	53
3.6	Granični rasponi i nivoi greške na 400 kV naponskom nivou	59

Spisak skraćenica

AAC All Aluminum Conductor.

ACCC Aluminum Conductor Composite Core.

ACSR Aluminum Conductor Steel Reinforced.

EES Elektroenergetski Sistem.

EEV Elektroenergetski Vod.

GZTACSR Gap type Ultra Thermal resistant Aluminium alloy Conductor Steel Reinforced.

HTLS High Temperature Low Sag.

KEEV Kablovski Elektroenergetski Vod.

NEEV Nadzemni Elektroenergetski Vod.

1 Uvod

Električna energija je jedan od najčešće korišćenih vidova energije. Život prosječnog čovjeka u 21. vijeku je nezamisliv bez udobnosti koju mu ona pruža, kao što su grijanje prostora i obezbjeđivanje vještačke svjetlosti. Status jednog od najznačajnijih vidova energije električna energija ima zahvaljujući mogućnosti jednostavnog konvertovanja u ostale oblike energije (svjetlosna, toplotna, mehanička, itd.), mogućnosti transporta na velika rastojanja i lakoj dostupnosti. Od prve komercijalne upotrebe električne energije za napajanje ulične rasvjete 1882. godine do danas, Elektroenergetski Sistem (EES) je značajno evoluirao: došlo je do pronalaska novih tehnologija za iskorišćenje raznih vidova energije (energija vjetra i sunca, energija plime i osjeke, toplotna energija vulkana, itd.), povećanja kapaciteta instaliranih snaga generatora (kako pojedinačnih snaga proizvodnih jedinica, tako i ukupne snage svih generatora u pogonu) i Nadzemnih Elektroenergetskih Vodova (NEEV), kao i razvoja mreže usljed rasta potrošnje. Međutim, suštinska potreba da se električna energija žično prenosi od elektrana u kojima se ona proizvodi do potrošača koji uživaju u svim benefitima njene upotrebe se nije promijenila. Uprkos brojnim istraživanjima na polju bežičnog prenosa električne energije, žični prenos električne energije je bio i ostaje jedini mogući način transporta u komercijalnoj upotrebi.

Za prenos električne energije od izvora do potrošača se koriste Elektroenergetski Vodovi (EEV). EEV se mogu posmatrati kao putevi za prenos električne energije i dijele se na NEEV i Kablovske Elektroenergetske Vodove (KEEV). U praksi se najčešće koriste NEEV usljed prednosti u odnosu na KEEV (manje investicije, lakše održavanje i popravka), osim onda kada uslovi zahtijevaju KEEV (npr. usljed ograničenog prostora, imovinsko-pravnih odnosa, podmorskih veza, zahtjeva za estetsko uklapanje u okolinu). Ukupna dužina NEEV na naponskom nivou 220 kV i na višim naponskim nivoima u Kini je u 2013. godini iznosila otprilike 2.2 miliona kilometara [1]. Uzimajući u obzir da se NEEV prostiru milionima kilometara, kroz naseljena područja i kroz nepristupačne terene, zaključuje se da je u svakoj fazi njihovog projektovanja neophodno ispuniti sve uslove kako bi se obezbijedio nesmetan rad sistema, dovoljno, sigurno, kvalitetno i ekonomično snabdijevanje električnom energijom.

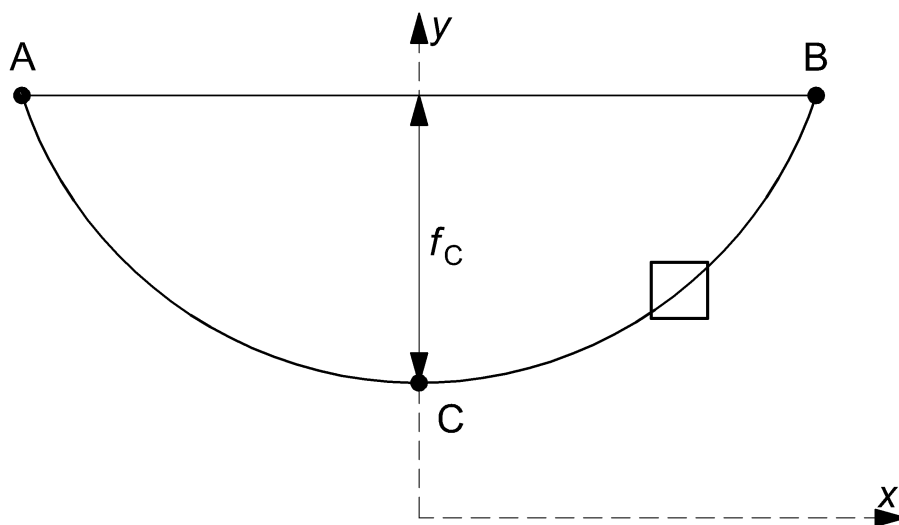
Prilikom projektovanja NEEV, neophodno je riješiti problem mehaničkog proračuna užadi, odnosno određivanja ugiba i naprezanja pri svim temperaturama (obično između -20°C i 40°C). Podaci dobijeni ovim proračunom se koriste za postavljanje užadi na stubove NEEV, a da se pritom ne ugroze sigurnosni razmaci u svim pogonskim uslovima [2]. Pritom temperatura samog provodnika zavisi od

jačine struje, ambijentalne temperature, brzine i smjera vjetra, solarne radijacije i konvekcije i fizičkih karakteristika i geometrije provodnika [3]. Iako se užad vješaju na stubove NEEV preko izolatora (zateznih ili nosećih), u klasičnom pristupu mehaničkog proračuna užadi se zanemaruje uticaj izolatora na ugib i naprezanje. Naime, polazi se od pretpostavke da je uticaj zateznih izolatora na mehanički proračun užadi zanemarljiv. Iako je ova pretpostavka validna za veće raspone, u slučaju trafostanica prevladavaju manji rasponi (sabirnice) te je i uticaj zateznih izolatora na ugib veći [2]. Postavljaju se pitanja kolika je ova greška, kako se mijenja u zavisnosti od parametara NEEV, da li je moguće odrediti opseg vrijednosti raspona za koje je prihvatljivo zanemariti uticaj zateznih izolatora i opseg vrijednosti raspona za koje uvedena aproksimacija unosi preveliku grešku i ako jeste, koje su to vrijednosti? U autoru poznatoj literaturi, ovoj problematici nije posvećeno dovoljno pažnje.

Ovaj rad se sastoji od četiri poglavlja. U prvom poglavlju su date uvodne napomene. Opisana je problematika mehaničkog proračuna nadzemnih vodova i nedostaci klasičnog pristupa istom. Dato je kratko poređenje klasičnog pristupa mehaničkog proračunu i pristupa sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora. Takođe, u ovom poglavlju su postavljena istraživačka pitanja. Matematički model za proračun ugiba i naprezanja pri svim temperaturama je obrađen u drugom poglavlju. Izveden je matematički model za određivanje: krive ugiba i ugiba, visinske razlike tačaka vješanja i dužine provodnika, vertikalnih sila i ukupnog naprezanja za slučaj klasičnog pristupa mehaničkom proračunu nadzemnih vodova (lančanica i parabola) i jednačine stanja. Pored matematičkog modela u klasičnom pristupu mehaničkom proračunu nadzemnih vodova, u ovom poglavlju je obrađen i matematički model sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora u slučaju krutih (štapnih) i fleksibilnih (kapastih) izolatora. U trećem poglavlju su dati rezultati poređenja klasičnog pristupa mehaničkom proračunu nadzemnih vodova i pristupa sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora za tri naponska nivoa: 110 kV, 220 kV i 400 kV. Proračuni su izvršeni za slučaj fleksibilnih izolatora na sva tri naponska nivoa i za slučaj krutih izolatora na 110 kV naponskom nivou. Za pomenute proračune su analizirani rezultati i dato je poređenje klasičnog pristupa mehaničkom proračunu nadzemnih vodova i pristupa sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora kroz posmatranje apsolutne i relativne greške ugiba i naprezanja. Četvrto poglavlje sumira ovaj rad, daje zaključak o rezultatima istraživanja i odgovor na pitanje da li je moguće odrediti granični raspon, kao i kako se relativna greška ugiba ponaša u zavisnosti od raspona. Pored toga, u ovom poglavlju se ukazuje na nedostatke ovog istraživanja i predlažu dalji pravci za buduća istraživanja.

2 Mehanički proračun nadzemnih vodova

Kada se provodnik (fazni provodnik ili zaštitno uže) ovjesi između tačaka A i B koje predstavljaju tačke vješanja provodnika na stubovima, dolazi do ugibanja usljed vlastite težine provodnika i dodatnog tereta i uspostavlja se ravnoteža između vlastite težine i sile zatezanja provodnika. Nastala kriva se naziva lančanica i provodnik zauzima položaj kao na slici 2.1 [4] [5] [6] [7].



Slika 2.1: Kriva ugiba

Kada su u pitanju provodnici koji se koriste za NEEV, pretpostavlja se da su njihove dimenzije i karakteristike konstantne makar između dva susjedna stuba (specifična masa provodnika, odnosno masa provodnika po jedinici dužine, poprečni presjek, itd.) [8].

2.1 Matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora

2.1.1 Tačan matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora

2.1.1.1 Određivanje krive ugiba

Za određivanje krive ugiba $y=f(x)$ posmatra se dio provodnika infinitezimalne dužine dl i sile koje djeluju na njega (slika 2.2, odnosno uvećani dio sa slike 2.1). Sila zatezanja provodnika se razlaže na horizontalnu i vertikalnu komponentu, odnosno na komponente po x i y osi. Zbir svih sila koje djeluju po horizontalnoj i vertikalnoj

osi mora biti jednak nuli jer u stacionarnom stanju nema pomjeranja lančanice [8]. Jednačinu lančanice prvi su izveli Jakov i Johan Bernuli [9].

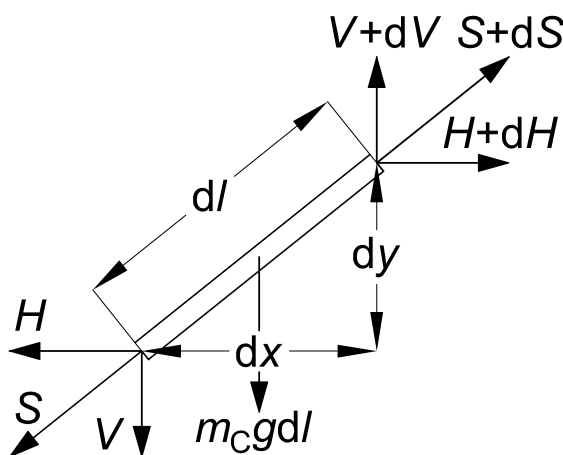
Usljed balansa sila po vertikalnom pravcu, odnosno po y osi, dobija se:

$$V + dV - V - m_C g dl = 0, \quad (2.1)$$

gdje je V vertikalna komponenta sile zatezanja [N], dV infinitezimalna promjena vertikalne komponente sile zatezanja [N], m_C masa provodnika po jedinici dužine [kg/m], g gravitaciono ubrzanje [m/s²], a dl infinitezimalna dužina provodnika [m].

Dobija se:

$$m_C g dl = dV. \quad (2.2)$$



Slika 2.2: Ravnoteža sila

Na osnovu Pitagorine teoreme važi:

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}, \quad (2.3)$$

gdje je dx infinitezimalna dužina provodnika po x osi [m], a dy infinitezimalna dužina provodnika po y osi [m].

Uvrštavanjem (2.3) u (2.2) se dobija:

$$m_C g \sqrt{dx^2 + dy^2} = dV. \quad (2.4)$$

Izvlačenjem dx ispred korjena i dijeljenjem obje strane jednačine sa dx se dalje dobija:

$$\frac{dV}{dx} = m_C g \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad (2.5)$$

Usljed balansa sila po horizontalnom pravcu, odnosno po x osi, važi:

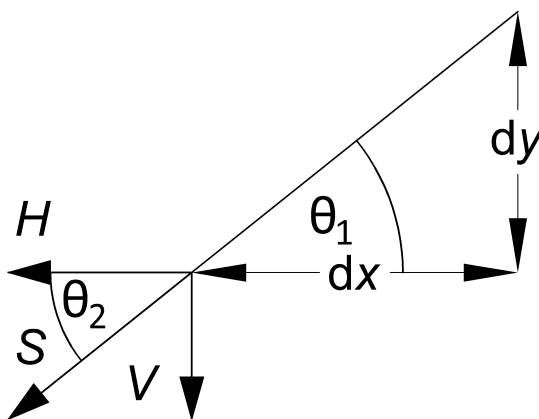
$$H + dH - H = 0, \quad (2.6)$$

gdje je H horizontalna komponenta sile zatezanja [N], a dH infinitezimalna promjena horizontalne komponente sile zatezanja [N], odnosno:

$$dH = 0. \quad (2.7)$$

Obzirom da je infinitezimalna promjena horizontalne komponente sile zatezanja provodnika jednaka nuli, zaključuje se da je horizontalna komponenta sile zatezanja konstanta, odnosno da se ne mijenja duž lančanice (ista je u svakoj tački lančanice):

$$H = \text{const.} \quad (2.8)$$



Slika 2.3: Jednakost uglova

Na slici 2.3, koja predstavlja uprošćenu sliku 2.2, se može uočiti da je $\tan \theta_1 = dy/dx$ i da je $\tan \theta_2 = V/H$. Iz jednakosti ovih uglova, odnosno njihovih tangensa, koja važi jer su uglovi θ_1 i θ_2 unakrsni uglovi, dobija se da je odnos infinitezimalnih promjena dužine po y i x osi, dy i dx , respektivno, jednak odnosu vertikalne i horizontalne komponente sile zatezanja:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V}{H}, \quad (2.9)$$

odakle se dobija:

$$V = H \frac{dy}{dx}. \quad (2.10)$$

Diferenciranjem (2.10) po promjenljivoj x i uvrštavanjem u (2.5) se dobija dife-

rencijalna jednačina lančanice:

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = m_C g \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}, \quad (2.11)$$

odnosno:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{m_C g}{H} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}. \quad (2.12)$$

Zatim se obje strane jednačine (2.12) proširuju množenjem sa dy/dx i korjen prebacuje na drugu stranu jednačine kako bi se ispunili uslovi za integraciju:

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2} \frac{dy}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}} dx = \frac{m_C g}{H} \frac{dy}{dx} dx. \quad (2.13)$$

Uvođenjem smjene $U = dy/dx$ se dobija:

$$\frac{\frac{dU}{dx} U}{\sqrt{1 + U^2}} dx = \frac{m_C g}{H} U \frac{dy}{U}, \quad (2.14)$$

odnosno:

$$\frac{U}{\sqrt{1 + U^2}} dU = \frac{m_C g}{H} dy. \quad (2.15)$$

Uvođenjem nove smjene $V = 1 + U^2$, $dV = 2U dU$, se dobija izraz:

$$\frac{\frac{dV}{2}}{\sqrt{V}} = \frac{m_C g}{H} dy. \quad (2.16)$$

Integracijom prethodne jednačine se dobija sledeći izraz:

$$\sqrt{V} = \frac{m_C g}{H} (y - y_0), \quad (2.17)$$

gdje je y koordinata lančanice na y osi [m], a y_0 konstanta integracije [m].

Uvrštavanjem $V = 1 + U^2$ i $U = dy/dx$ se dobija:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} = \frac{m_C g}{H} (y - y_0). \quad (2.18)$$

Izražava se dy/dx :

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\left[\frac{m_C g}{H} (y - y_0) \right]^2 - 1}, \quad (2.19)$$

a zatim se uvodi smjena:

$$W = \frac{m_C g}{H}(y - y_0) \quad (2.20)$$

i izražava promjenljiva y u funkciji od promjenljive W :

$$y = y_0 + \frac{H}{m_C g} W. \quad (2.21)$$

Računa se izvod promjenljive y po promjenljivoj x :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dW} \frac{dW}{dx} = \frac{H}{m_C g} \frac{dW}{dx}, \quad (2.22)$$

jer je $dy/dW = H/(m_C g)$ iz (2.21).

Uvrštavanjem (2.20) i (2.22) u (2.19) se dobija:

$$\frac{H}{m_C g} \frac{dW}{dx} = \sqrt{W^2 - 1}, \quad (2.23)$$

odnosno, kada se izraz preuredi:

$$\frac{dW}{\sqrt{W^2 - 1}} = \frac{m_C g}{H} dx. \quad (2.24)$$

Vrši se integracija lijeve i desne strane jednačine i dobija se:

$$\cosh^{-1} W = \frac{m_C g}{H}(x - x_0), \quad (2.25)$$

gdje je x_0 konstanta integracija [m], odnosno, kada se uvrsti W iz (2.20):

$$\cosh^{-1} \left[\frac{m_C g}{H}(y - y_0) \right] = \frac{m_C g}{H}(x - x_0). \quad (2.26)$$

Cilj je dobiti zavisnost koordinate y od koordinate x ($y = f(x)$). Iz tog razloga se u prethodnom izrazu oslobađa od inverzne hiperboličke funkcije:

$$\frac{m_C g}{H}(y - y_0) = \cosh \left[\frac{m_C g}{H}(x - x_0) \right], \quad (2.27)$$

a zatim dobija koordinata y u zavisnosti od koordinate x :

$$y = \frac{H}{m_C g} \cosh \left[\frac{m_C g}{H}(x - x_0) \right] + y_0. \quad (2.28)$$

Prethodna jednačina nije prikladna za primjenu u praksi jer je lančanica pomjerenjena po x osi (vrijednost x koordinate najniže tačke lančanice se ne nalazi na y osi) [8]. Zbog toga se centar koordinatnog sistema bira tako da najniža tačka lančanice ima koordinate $(x, y) = (0, H/m_C g)$. Kada se primijeni ovo pravilo, jednačina lančanice

poprima sledeći oblik:

$$y = \frac{H}{m_C g} \cosh\left(\frac{m_C g}{H} x\right). \quad (2.29)$$

Ukoliko se želi postići da najniža tačka lančanice ima koordinate (0,0), odnosno da se nalazi u samom koordinatnom početku, prethodna jednačina dobija oblik:

$$y = \frac{H}{m_C g} \cosh\left(\frac{m_C g}{H} x\right) + y_0. \quad (2.30)$$

Koeficijent y_0 se može odrediti uvrštavanjem koordinata koordinatnog početka, $(x, y) = (0, 0)$, u (2.30):

$$0 = \frac{H}{m_C g} \cosh\left(\frac{m_C g}{H} 0\right) + y_0, \quad (2.31)$$

pa se dobija (jer je $\cosh 0 = 1$):

$$y_0 = -\frac{H}{m_C g}, \quad (2.32)$$

tako da (2.30) poprima oblik:

$$y = \frac{H}{m_C g} \cosh\left(\frac{m_C g}{H} x\right) - \frac{H}{m_C g}, \quad (2.33)$$

odnosno:

$$y = \frac{H}{m_C g} \left[\cosh\left(\frac{m_C g}{H} x\right) - 1 \right]. \quad (2.34)$$

Odnos horizontalne komponente sile zatezanja i težine provodnika, $H/(m_C g)$ se u literaturi često naziva konstantom lančanice ili parametrom lančanice čija je jedinica metar. Povećanje konstante lančanice dovodi do smanjenja ugiba. Tipična vrijednost konstante lančanice je između 500 m i 2000 m [10].

2.1.1.2 Određivanje ugiba

Nakon određivanja krive ugiba, $y = f(x)$, cilj je odrediti ugib. Ugib predstavlja vertikalno rastojanje (visinu) između prave koja povezuje tačke vješanja A i B i odgovarajuće tačke lančanice [11]. Za ravne raspone, prava koja povezuje tačke vješanja A i B ima konstantnu y koordinatu (paralelna je sa x osom) koja se može odrediti uvrštavanjem krajnje lijeve (x_A) ili krajnje desne x_B koordinate lančanice u (2.29):

$$y_A = \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g x_A}{H}, \quad (2.35)$$

gdje je y_A y koordinata prve tačke vješanja A [m], a x_A x koordinata prve tačke vješanja A [m].

Oduzimanjem ove vrijednosti i (2.29) se dobija jednačina ugiba lančanice u proizvoljnoj tački ravnog raspona jer ugib, kao što je ranije rečeno, predstavlja visinu između prave koja povezuje tačke vješanja A i B i odgovarajuće tačke lančanice:

$$f = y_A - y = \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g x_A}{H} - \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g x}{H}, \quad (2.36)$$

gdje je f ugib [m], odnosno:

$$f = \frac{H}{m_C g} \left(\cosh \frac{m_C g x_A}{H} - \cosh \frac{m_C g x}{H} \right). \quad (2.37)$$

Za određivanje tačke u kojoj je ugib maksimalan se koristi metod ekstremne vrijednosti funkcije, odnosno traži se prvi izvod funkcije f po promjenljivoj x i izjednačava sa nulom:

$$\frac{df}{dx} = -\sinh \frac{m_C g x}{H} = 0, \quad (2.38)$$

odakle se dobija da je ugib najveći u tački na sredini raspona, odnosno za $x = 0$. Uvrštavanjem $x = 0$ u (2.37) se dobija maksimalna vrijednost ugiba u ravnom rasponu:

$$f_C = \frac{H}{m_C g} \left(\cosh \frac{m_C g x_A}{H} - 1 \right), \quad (2.39)$$

gdje je f_C ugib tačke C koja predstavlja najnižu tačku lančanice [m].

Uticaoj različitih parametra na ugib je obrađen u [12].

2.1.1.3 Određivanje visinske razlike tačaka vješanja i dužine provodnika

Za određivanje visinske razlike tačaka vješanja se u (2.29) uvrštavaju x koordinate krajnjih tačaka, x_B i x_A , i oduzimaju tim redosljedom:

$$h = y_B - y_A = \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g x_B}{H} - \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g x_A}{H}, \quad (2.40)$$

gdje je h visinska razlika tačaka vješanja [m], a y_B y koordinata druge tačke vješanja B [m], odnosno:

$$h = \frac{H}{m_C g} \left[\cosh \frac{m_C g x_B}{H} - \cosh \frac{m_C g x_A}{H} \right]. \quad (2.41)$$

Treba primijetiti da je u prethodnom izrazu visina izvedena kao razlika druge i prve tačke vješanja, odnosno krajnje i početne tačke. Visina će biti pozitivna kada

je y koordinata druge tačke vješanja B, y_B , veća od y koordinate prve tačke vješanja A, y_A , i obrnuto, biće negativna kada je y koordinata druge tačke vješanja manja od y koordinate prve tačke vješanja.

Korišćenjem adicione formule, odnosno izraza:

$$\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \sinh \frac{x-y}{2}, \quad (2.42)$$

(2.41) se transformiše u:

$$h = 2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g (x_A + x_B)}{2H} \sinh \frac{m_C g (x_B - x_A)}{2H}. \quad (2.43)$$

Da bi se prethodna jednačina riješila, uvodi se pojam dužine provodnika između tačaka vješanja A i B koja se može odrediti integracijom infinitezimalne veličine dl između tačaka vješanja A i B [8]:

$$L = \int_{x_A}^{x_B} dl = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx, \quad (2.44)$$

gdje je L dužina provodnika [m].

Iz (2.29) važi:

$$\frac{dy}{dx} = \sinh\left(\frac{m_C g}{H}x\right), \quad (2.45)$$

tako da se dobija:

$$L = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \sinh^2\left(\frac{m_C g}{H}x\right)} dx = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{\cosh^2\left(\frac{m_C g}{H}x\right)} dx. \quad (2.46)$$

Dobija se:

$$L = \frac{H}{m_C g} \left(\sinh \frac{m_C g x_B}{H} - \sinh \frac{m_C g x_A}{H} \right). \quad (2.47)$$

Primjenom adicione formule, odnosno izraza:

$$\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \sinh \frac{x-y}{2}, \quad (2.48)$$

dobija se sledeći izraz:

$$L = 2 \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g (x_A + x_B)}{2H} \sinh \frac{m_C g (x_B - x_A)}{2H}. \quad (2.49)$$

Koordinate tačaka vješanja A i B nisu poznate prije proračuna zbog čega je neophodno eliminisati promjenljive x_A i x_B [8]. Iz tog razloga se iz (2.43) i (2.49)

izražavaju:

$$\sinh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} = \frac{h}{2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}} \quad (2.50)$$

i

$$\cosh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} = \frac{L}{2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}}, \quad (2.51)$$

respektivno.

Korišćenjem hiperboličkog identiteta:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad (2.52)$$

a imajući u vidu da je $x_B - x_A = a$, iz (2.50) i (2.51) se dobija:

$$\left[\frac{L}{2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}} \right]^2 - \left[\frac{h}{2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}} \right]^2 = 1. \quad (2.53)$$

odakle se dobija L :

$$L = \sqrt{h^2 + \left(2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g a}{2H} \right)^2} \quad (2.54)$$

Sa ciljem da se dobije vrijednost koordinate tačke vješanja A, x_A , oduzimaju se (2.49) i (2.43):

$$L - h = 2 \frac{H}{m_C g} \cosh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H} - \frac{2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}}{\sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H}}. \quad (2.55)$$

Izvlačenjem zajedničkog činioca se dalje dobija:

$$L - h = 2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g(x_B - x_A)}{2H} \left[\cosh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} - \sinh \frac{m_C g(x_A + x_B)}{2H} \right]. \quad (2.56)$$

Izraz u zagradi se može uprostiti jer važi:

$$\begin{aligned}
\cosh x - \sinh x &= \frac{\exp x + \exp(-x)}{2} - \frac{\exp x - \exp(-x)}{2} = \\
&= \frac{\exp x + \exp(-x) - \exp x + \exp(-x)}{2} = \\
&= \frac{2 \exp(-x)}{2} = \\
&= \exp(-x),
\end{aligned} \tag{2.57}$$

pa se, imajući u vidu da je $x_B - x_A = a$, gdje je a raspon [m], dobija:

$$L - h = 2 \frac{H}{m_C g} \sinh \frac{m_C g a}{2H} \exp \left[-\frac{m_C g (x_A + x_B)}{2H} \right]. \tag{2.58}$$

Zatim se \sinh izražava preko eksponencijalne funkcije:

$$L - h = 2 \frac{H}{m_C g} \frac{\exp \frac{m_C g a}{2H} - \exp \left(-\frac{m_C g a}{2H} \right)}{2} \exp \left[-\frac{m_C g (x_A + x_B)}{2H} \right]. \tag{2.59}$$

Ukoliko se izraz $x_A + x_B$ modifikuje znajući da je $x_B - x_A = a$, odnosno $x_B = x_A + a$, dobija se $x_A + x_B = 2x_A + a$, pa (2.59) poprima oblik:

$$\begin{aligned}
L - h &= 2 \frac{H}{m_C g} \frac{\exp \frac{m_C g a}{2H} - \exp \left(-\frac{m_C g a}{2H} \right)}{2} \exp \left[-\frac{m_C g (2x_A + a)}{2H} \right] = \\
&= \frac{H}{m_C g} \left[\exp \frac{m_C g a}{2H} - \exp \left(-\frac{m_C g a}{2H} \right) \right] \exp \left(-\frac{m_C g x_A}{H} \right) \exp \left(-\frac{m_C g a}{2H} \right) = \\
&= \frac{H}{m_C g} \left[\exp \left(\frac{m_C g a}{2H} - \frac{m_C g a}{2H} \right) - \exp \left(-\frac{m_C g a}{2H} - \frac{m_C g a}{2H} \right) \right] \exp \left(-\frac{m_C g x_A}{H} \right) = \\
&= \frac{H}{m_C g} \left[1 - \exp \left(-\frac{m_C g a}{H} \right) \right] \exp \left(-\frac{m_C g x_A}{H} \right).
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Sređivanjem prethodnog izraza se dobija:

$$\exp \frac{m_C g x_A}{H} = \frac{H}{m_C g (L - h)} \left[1 - \exp \left(-\frac{m_C g a}{H} \right) \right], \tag{2.61}$$

odnosno:

$$\frac{m_C g x_A}{H} = \ln \frac{H}{m_C g (L - h)} \left[1 - \exp \left(-\frac{m_C g a}{H} \right) \right], \tag{2.62}$$

odakle se dobija x koordinata tačke vješanja A:

$$x_A = \frac{H}{m_C g} \ln \left[\frac{H}{m_C g (L - h)} \left(1 - e^{-\frac{m_C g a}{H}} \right) \right]. \tag{2.63}$$

Ukoliko se obje tačke vješanja A i B nalaze na istom nivou, odnosno ukoliko se radi o ravnom rasponu, najniža tačka lančanice će se nalaziti na sredini raspona

usljed simetrije [8]. Iz (2.41) se dobija da je $h = 0$, iz (2.54) da je $L = 2\frac{H}{m_Cg} \sinh \frac{m_Cga}{2H}$ pa se iz (2.63) dobija $x_A = -a/2$. Uvrštavanjem ove vrijednosti u (2.37) dobija se jednačina ugiba u proizvoljnoj tački ravnog raspona:

$$f = \frac{H}{m_Cg} \left(\cosh \frac{m_Cga}{2H} - \cosh \frac{m_Cgx}{2H} \right). \quad (2.64)$$

Maksimalni ugib u ravnom rasponu se dobija za $x = 0$:

$$f_C = \frac{H}{m_Cg} \left(\cosh \frac{m_Cga}{2H} - 1 \right). \quad (2.65)$$

2.1.1.4 Određivanje vertikalnih sila i ukupnog naprezanja

Pored ugiba, od interesa je proračunati i vertikalne sile u tačkama vješanja provodnika. Uvrštavanjem (2.45) u (2.10) se dobija vertikalna sila u bilo kojoj tački provodnika:

$$V = H \sinh \frac{m_Cg}{H} x, \quad (2.66)$$

odnosno, za tačku vješanja A:

$$V_A = H \sinh \frac{m_Cgx_A}{H}, \quad (2.67)$$

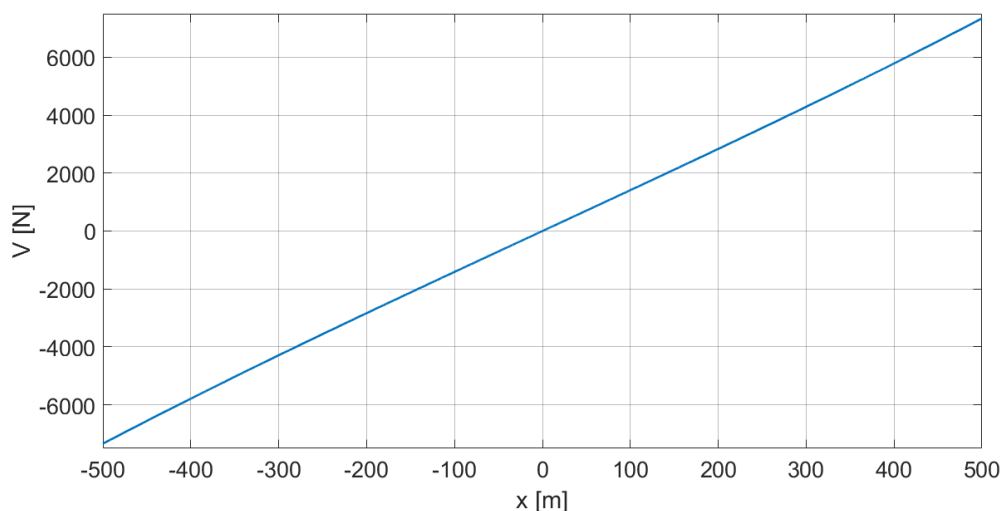
gdje je V_A vertikalna sila u tački A [N], i za tačku vješanja B:

$$V_B = H \sinh \frac{m_Cgx_B}{H} = H \sinh \frac{m_Cg(a + x_A)}{H}, \quad (2.68)$$

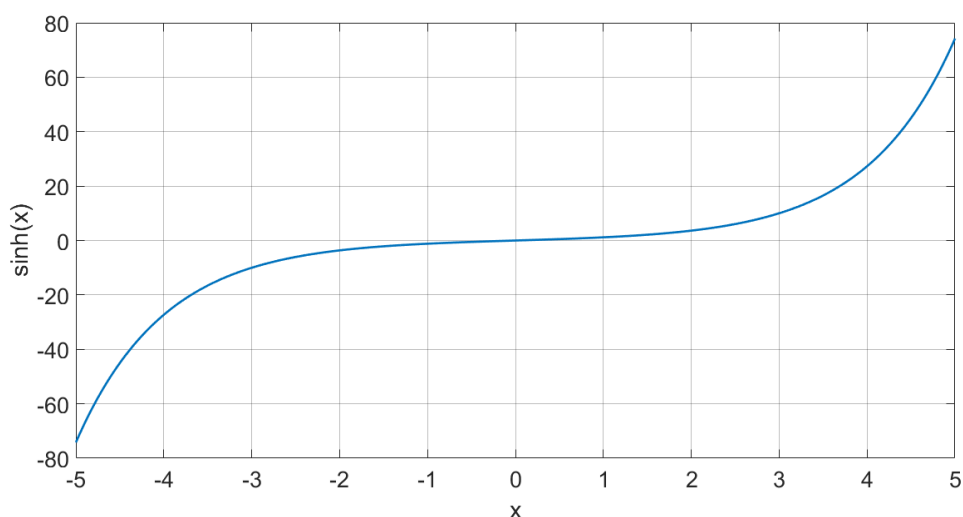
gdje je V_B vertikalna sila u tački B [N].

Na slici 2.4 prikazan je grafik vertikalne komponente sile zatezanja u funkciji od koordinate x .

Posmatrajući grafik na slici 2.4 može se steći pogrešan zaključak o linearnoj zavisnosti vertikalne komponente sile zatezanja V i koordinate x . Međutim, kao što se može vidjeti iz formule (2.66), grafik vertikalne komponente sile zatezanja ima oblik sinusne hiperboličke funkcije. Razlog zbog kojeg je grafik vertikalne komponente sile zatezanja prividno linearan je različita skala po x i y osi (opseg vrijednosti x ose je od -500 m do 500 m, a opseg vrijednosti y ose je od približno -7500 N do 7500 N - približno 15 puta veći opseg vrijednosti po y osi). Grafik sinusne hiperbolične funkcije je prikazan na slici 2.5.



Slika 2.4: Vertikalna sila u svim tačkama provodnika



Slika 2.5: Grafik funkcije $\sinh(x)$

Od interesa je proračunati gravitacione sile, što je podatak koji se koristi za izbor stuba, konzola, izolatora i temelja [13]. Pošto su vertikalne sile u tačkama vješanja usmjerene od koordinatnog početka (suprotnog su smjera od sile Zemljine gravitacije (vidjeti sliku 2.2)) sile koje se prenose na stubove u tačkama vješanja A i B su:

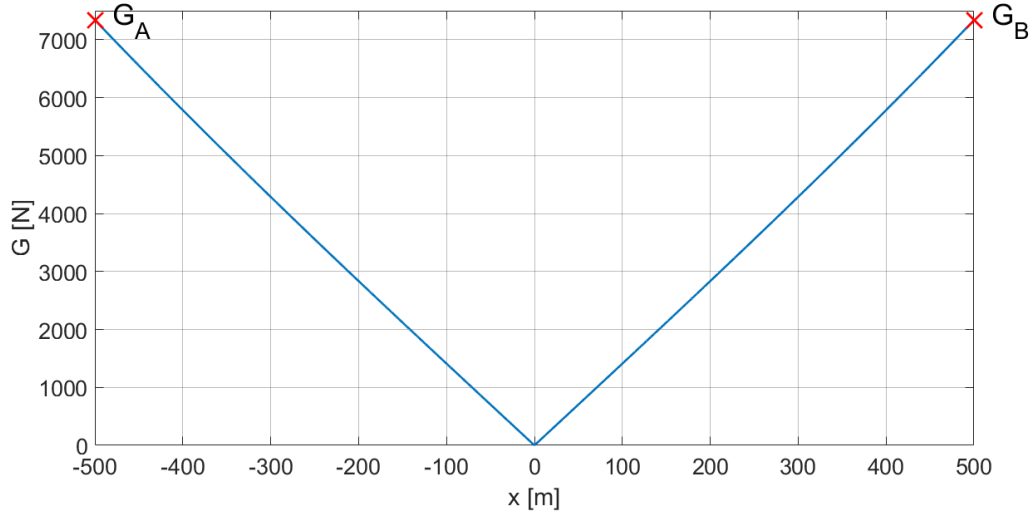
$$G_A = -V_A = -H \sinh \frac{m_C g x_A}{H}, \quad (2.69)$$

gdje je G_A gravitaciona sila u tački A [N], i

$$G_B = -V_B = -H \sinh \frac{m_C g (a + x_A)}{H}, \quad (2.70)$$

gdje je G_B gravitaciona sila u tački B [N].

Na slici 2.6 dat je grafik zavisnosti gravitacione sile u funkciji od promjenljive x . Kao što je ranije rečeno za grafik vertikalne komponente sile zatezanja V , i grafik zavisnosti gravitacione sile u funkciji od promjenljive x nije linearnog karaktera, već prati oblik sinusne hiperboličke funkcije.



Slika 2.6: Gravitaciona sila

Ukupno zatezanje u proizvoljnoj tački raspona se dobija primjenom Pitagorine teoreme na trougao sila zatezanja (slike 2.2 i 2.3), a koristeći i (2.10) i (2.45):

$$S = \sqrt{H^2 + V^2} = H \sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} = H \sqrt{1 + \sinh^2 \frac{m_C g x}{H}} = H \cosh \frac{m_C g x}{H}, \quad (2.71)$$

gdje je S ukupna sila zatezanja [N], dok se srednja vrijednost ukupne sile zatezanja dobija kao količnik ukupnog zatezanja duž lančanice, koje se računa kao integral ukupne sile zatezanja duž lančanice između tačaka vješanja A i B, i raspona [8]:

$$\bar{S} = \frac{1}{a} \int_{x_A}^{x_B} S dx = \frac{1}{a} \int_{x_A}^{x_B} H \cosh \frac{m_C g x}{H} dx = H \frac{L}{a}, \quad (2.72)$$

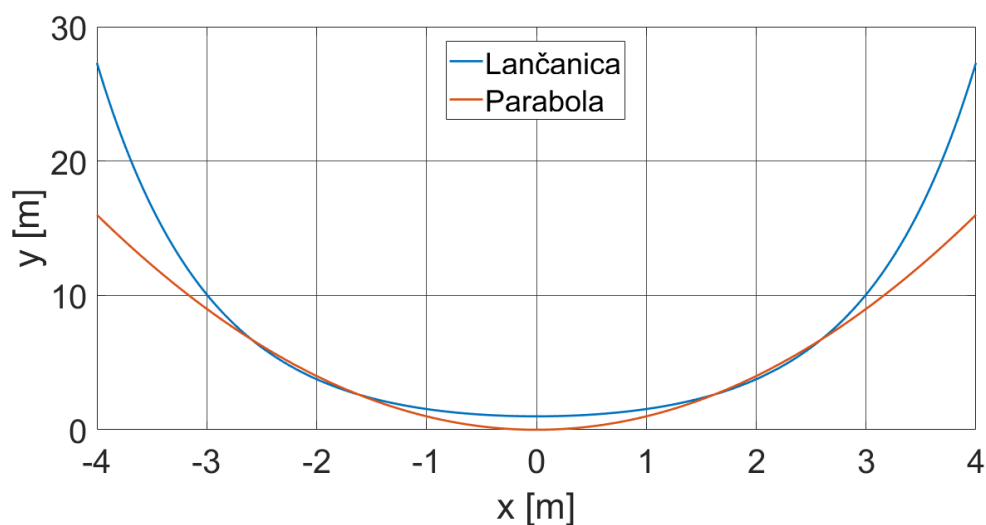
gdje je \bar{S} srednja vrijednost ukupne sile zatezanja.

2.1.2 Približan matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova bez obuhvatanja uticaja zateznih izolatora

U praksi se često koriste uprošćene formule za proračun ugiba i naprezanja provodnika (parabola) jer se pretpostavlja da se time ne unosi velika greška u proračun. U slučaju većih raspona (npr. raspona većih od 400 metara) kriva provodnika se ne

smije opisivati parabolom. Za veće raspone je neophodno primijeniti tačan matematički model (lančanica). Tačan matematički model nema ograničenja i može se koristiti i za manje i veće raspone. Međutim, u poređenju sa približnim modelom (parabola), proračun je kompleksniji [14].

Lančanica i parabola mogu izgledati veoma slično. Na slici 2.7 su prikazani grafici funkcija $y = \cosh x = (exp(x) + exp(-x))/2$ (lančanica) i $y = x^2$ (parabola) za opseg vrijednosti promjenljive x [-4,4] (slika je ilustrativnog karaktera).



Slika 2.7: Lančanica i parabola

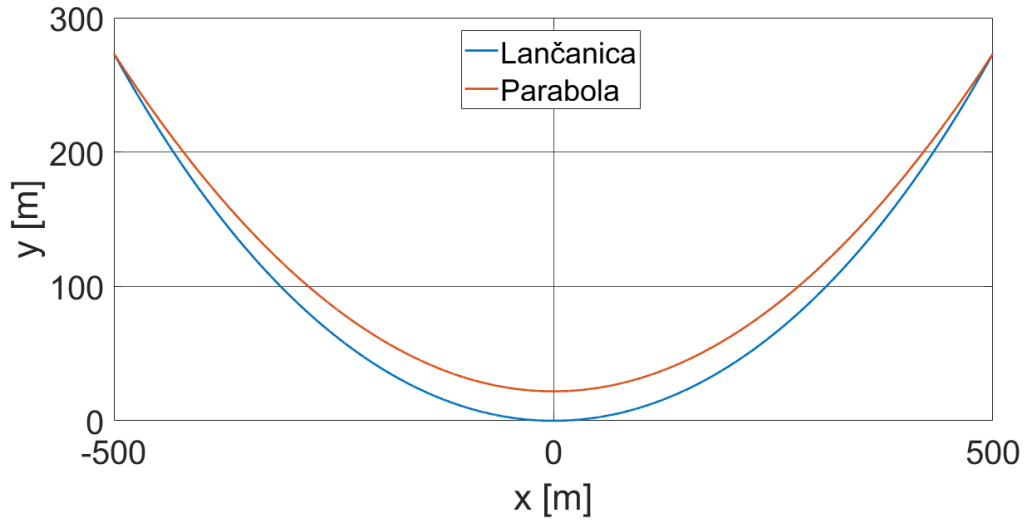
Na slici 2.8 prikazane su lančanica i parabola za raspon od 1000 m gdje je horizontalna komponenta sile zatezanja $H=7$ kN i masa po jedinici dužine $m_C=1.435$ kg/m. Na slici se jasno vidi razlika između lančanice i parabole. Ugib parabole je znatno manji od ugiba lančanice (za oko 21.91 m za date vrijednosti).

Relativna greška ugiba usljed primjene približnog matematičkog modela za mehanički proračun nadzemnih vodova se mijenja sa promjenom raspona. Na slici 2.9 prikazan je grafik relativne greške ugiba parabole u funkciji od raspona.

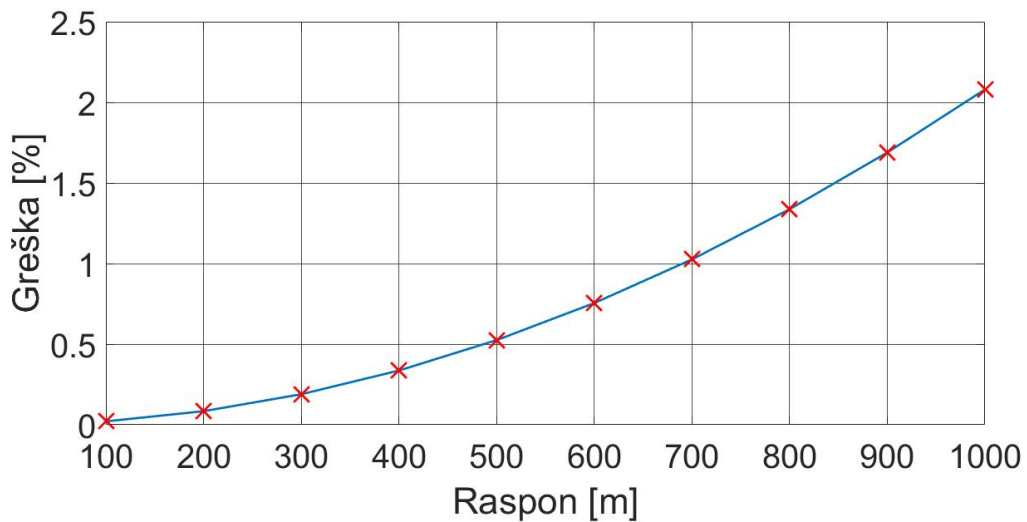
Na grafiku se jasno uočava nelinearna priroda relativne greške ugiba parabole, kao i da sama vrijednost raste sa povećanjem raspona.

2.1.2.1 Određivanje krive ugiba

U tačnom matematičkom modelu se pretpostavka o zadovoljavajućem nivou tačnosti približnog matematičkog modela za mehanički proračun nadzemnih vodova ogleda u činjenici da je gradijent tangente na krivu ugiba, odnosno ugao koji tangenta na krivu ugiba zaklapa sa x osom, provodnika mali [8]. Gradijent tangente,



Slika 2.8: Lančanica i parabola (primjer)



Slika 2.9: Relativna greške parabole u odnosu na lančanicu

odnosno ugao koji tangenta na krivu ugiba zaklapa sa x osom je manji kod manjih raspona, pa je i greška koja se unosi u proračun ovom aproksimacijom manja [15]. Uzimajući u obzir ovu činjenicu, kvadratna vrijednost izvoda promjenljive y po promjenljivoj x , $(dy/dx)^2$, se može zanemariti u odnosu na 1 u (2.11). Ova pretpostavka je analogna pretpostavci ravnomjerne raspodjele mase provodnika duž raspona, a ne duž lančanice (kao što je slučaj u praksi) [8]. Dakle, iz (2.11) se dobija:

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = mcg. \quad (2.73)$$

Vrši se integracija i dobija se:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{m_C g}{H} x + C_1, \quad (2.74)$$

gdje je C_1 konstanta integracije.

Nakon druge integracije se dobija:

$$y = \frac{m_C g}{2H} x^2 + C_1 x + C_2, \quad (2.75)$$

gdje je C_2 konstanta integracije [m].

Neophodno je odrediti koeficijente C_1 i C_2 . Ukoliko se centar koordinatnog sistema odabere tako da se poklapa sa najnižom tačkom lančanice, date koordinate $(0,0)$ se mogu uvrstiti u (2.75):

$$0 = \frac{m_C g}{2H} 0^2 + C_1 0 + C_2, \quad (2.76)$$

odakle se dobija da je $C_2 = 0$ m.

Za određivanje koeficijenta C_1 se koristi činjenica da je koordinata y u tačkama koje su jednako udaljene od y ose sa lijeve i desne strane jednaka (jednake apsolutne vrijednosti x koordinate):

$$y_x = y_{-x}, \quad (2.77)$$

gdje je y_x koordinata lančanice desno od y ose [m], a y_{-x} koordinata lančanice lijevo od y ose [m].

Na osnovu (2.75) se dobija:

$$\frac{m_C g}{2H} x^2 + C_1 x + C_2 = \frac{m_C g}{2H} (-x)^2 + C_1 (-x) + C_2, \quad (2.78)$$

odnosno:

$$C_1(x_A - x_B) = 0. \quad (2.79)$$

Obzirom da je izraz u zagradi različit od 0 (jer je $x_A \neq x_B$), dobija se da je $C_1 = 0$. Time se (2.75) svodi na:

$$y = \frac{m_C g}{2H} x^2. \quad (2.80)$$

2.1.2.2 Određivanje ugiba

Ugib predstavlja vertikalno rastojanje (visinu) između prave koja povezuje tačke vješanja A i B i odgovarajuće tačke lančanice. Za ravne raspone, prava koja povezuje

tačke vješanja A i B ima konstantnu y koordinatu (paralelna je sa x osom) koja se može odrediti uvrštavanjem krajnje lijeve (x_A) ili krajnje desne x koordinate lančanice (x_B) u (2.80):

$$y_A = \frac{m_C g}{2H} x_A^2. \quad (2.81)$$

Oduzimanjem ove vrijednosti i (2.80) se dobija jednačina ugiba lančanice u proizvoljnoj tački ravnog raspona jer ugib, kao što je ranije rečeno, predstavlja visinu između prave koja povezuje tačke vješanja A i B i odgovarajuće tačke lančanice:

$$f = y_A - y = \frac{m_C g}{2H} x_A^2 - \frac{m_C g}{2H} x^2 = \frac{m_C g}{2H} (x_A^2 - x^2). \quad (2.82)$$

Koordinata x tačke vješanja A, x_A , se dobija iz uslova da je ugib jednak nuli za tačku vješanja B:

$$f_B = \frac{m_C g}{2H} (x_A^2 - x_B^2) = 0, \quad (2.83)$$

gdje je f_B ugib tačke B [m], odnosno, znajući da je $x_B = a + x_A$:

$$f_B = \frac{m_C g}{2H} [x_A^2 - (a + x_A)^2] = \frac{m_C g}{2H} (x_A^2 - a^2 - 2ax_A - x_A^2) = \frac{m_C g}{2H} (-a^2 - 2ax_A) = 0, \quad (2.84)$$

odakle se dobija da je koordinata tačke vješanja A:

$$x_A = -a/2. \quad (2.85)$$

Maksimalni ugib se javlja, kao što je dokazano tačnim matematičkim modelom, za $x = 0$, tako da se iz (2.82) dobija:

$$f_C = \frac{m_C g}{2H} x_A^2 = \frac{m_C g}{2H} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{m_C g}{8H} a^2. \quad (2.86)$$

Do istog izraza se dolazi ukoliko se u formuli za tačnu vrijednost maksimalnog ugiba (2.39) cosh razvije u Tejlorov red koristeći formulu:

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} \dots, \quad (2.87)$$

tako da se dobija:

$$\begin{aligned} f_C &= \frac{H}{m_C g} \left[1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{m_C g x_A}{H}\right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{m_C g x_A}{H}\right)^4 + \frac{1}{6!} \left(\frac{m_C g x_A}{H}\right)^6 \dots - 1 \right] = \\ &= \frac{1}{2!} \frac{m_C g}{H} x_A^2 + \frac{1}{4!} \frac{(m_C g)^3}{H^3} x_A^4 + \frac{1}{6!} \frac{(m_C g)^5}{H^5} x_A^6 + \dots = \\ &= \frac{m_C g}{8H} a^2 + \frac{(m_C g)^3}{384H^3} a^4 + \frac{(m_C g)^5}{46080H^5} a^6 + \dots \end{aligned} \quad (2.88)$$

i ako se u dobijenom izrazu zanemare svi članovi osim prva dva [8]. Dva ili tri člana

su najčešće dovoljna za zadovoljavajući nivo tačnosti [16].

2.1.2.3 Određivanje vertikalnih sila i ukupnog naprezanja

Ukupno zatezanje provodnika u tačkama vješanja A i B se dobija koristeći izraz:

$$S = \sqrt{H^2 + V^2} \quad (2.89)$$

i (2.10).

Imajući u vidu da je $dy/dx = m_C g x / H$ iz (2.80), prethodni izraz poprima oblik:

$$S = \sqrt{H^2 + (m_C g x)^2}. \quad (2.90)$$

Kada se u prethodni izraz uvrste koordinate tačaka vješanja A i B, dobijaju se izrazi za vrijednost sile zatezanja u tački A:

$$S_A = \sqrt{H^2 + (m_C g x_A)^2} \quad (2.91)$$

i u tački B:

$$S_B = \sqrt{H^2 + (m_C g x_B)^2}. \quad (2.92)$$

2.1.2.4 Određivanje dužine provodnika

Dužina provodnika se dobija pomoću (2.44):

$$L = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{m_C g}{H} x\right)^2} dx \quad (2.93)$$

Izraz pod integralom se može razviti u Tejlorov polinom drugog reda po formuli:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{m_C g}{H} x\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_C g}{H} x\right)^2, \quad (2.94)$$

jer važi da je $(m_C g x / H)^2 \ll 1$, pa se dobija:

$$L = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_C g}{H} x\right)^2\right] dx. \quad (2.95)$$

Integracijom se dobija izraz:

$$L = \left[x + \frac{1}{2} \left(\frac{m_C g}{H}\right)^2 \frac{x^3}{3} \right] \Bigg|_{x=-\frac{a}{2}}^{x=\frac{a}{2}}, \quad (2.96)$$

odnosno, kada se uvrste granice integrala:

$$L = a + \left(\frac{m_C g}{H}\right)^2 \frac{a^3}{24} = a \left[1 + \left(\frac{m_C g}{H}\right)^2 \frac{a^2}{24}\right]. \quad (2.97)$$

Koristeći (2.86) se dobija:

$$L = a \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f_C}{a}\right)^2\right]. \quad (2.98)$$

Do prethodne jednačine se može doći iz izraza za tačnu vrijednost dužine provodnika. Ukoliko se u (2.54) sinh razvije u Tejlorov red po formuli:

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} \dots, \quad (2.99)$$

dobija se:

$$\begin{aligned} L &= 2 \frac{H}{m_C g} \left[\frac{m_C g a}{2H} + \frac{(m_C g a)^3}{48H^3} + \frac{(m_C g a)^5}{3840H^5} + \dots \right] = \\ &= a + \frac{(m_C g)^2 a^3}{24H^2} + \frac{(m_C g)^4 a^5}{1920H^4} + \dots = \end{aligned} \quad (2.100)$$

odnosno, kada se zanemare svi članovi osim prva dva:

$$L = a + \frac{(m_C g)^2 a^3}{24H^2} = a \left[1 + \frac{(m_C g)^2 a^2}{24H^2}\right]. \quad (2.101)$$

Uvrštavanjem (2.86) se dobija:

$$L = \sqrt{h^2 + a^2 \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f_C}{a}\right)^2\right]^2}. \quad (2.102)$$

2.1.2.5 Relativna greška ugiba parabole

Zanimljivo je odrediti grešku u proračunu ugiba za slučaj kada se umjesto tačnog matematičkog modela (lančanica) koristi pojednostavljeni matematički model (parabola). Apsolutna greška se računa kao razlika ugiba u ova dva slučaja, tj. razlikom (2.86) i (2.65):

$$\Delta f = \frac{m_C g}{8H} a^2 - \frac{H}{m_C g} \left(\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1 \right), \quad (2.103)$$

gdje je Δf apsolutna greška ugiba [m].

Relativna greška kao mjera tačnosti se računa kao količnik apsolutne greške i ugiba u slučaju lančanice:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\frac{m_C g}{8H} a^2 - \frac{H}{m_C g} \left(\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1 \right)}{\frac{H}{m_C g} \left(\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1 \right)}, \quad (2.104)$$

odnosno, izraženo u procentima:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\frac{m_C g}{8H} a^2 - \frac{H}{m_C g} (\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1)}{\frac{H}{m_C g} (\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1)} 100. \quad (2.105)$$

Relativna greška kao mjera preciznosti se računa kao količnik apsolutne greške i ugiba u slučaju parabole:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\frac{m_C g}{8H} a^2 - \frac{H}{m_C g} (\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1)}{\frac{m_C g}{8H} a^2}, \quad (2.106)$$

odnosno, izraženo u procentima:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\frac{m_C g}{8H} a^2 - \frac{H}{m_C g} [\cosh \frac{m_C g a}{2H} - 1]}{\frac{m_C g}{8H} a^2} 100. \quad (2.107)$$

2.1.3 Jednačina stanja provodnika

Svaka promjena temperature u rasponu dovodi do promjene dužine provodnika što dovodi do promjene sile zatezanja, a samim tim i do promjene ugiba. Međutim, sigurnosni razmaci ne smiju biti ugroženi [7]. Stanje provodnika na izmijenjenoj temperaturi T_2 i masi po jedinici dužine m_{C2} se dobija na osnovu početnih uslova:

$$L_2 = L_1(1 + e_{th})(1 + e_{el}), \quad (2.108)$$

gdje je L_2 dužina provodnika na temperaturi T_2 [m], L_1 dužina provodnika na temperaturi T_1 [m], e_{th} izduženje materijala usljed promjene temperature:

$$e_{th} = \epsilon_T \Delta T, \quad (2.109)$$

gdje je ϵ_T koeficijent linearnog rastezanja [$1/^\circ\text{C}$] i ΔT promjena temperature [$^\circ\text{C}$], a e_{el} izduženje materijala usljed promjene naprezanja:

$$e_{el} = \frac{\Delta S}{EA}, \quad (2.110)$$

gdje je ΔS promjena sile zatezanja [N], E modul elastičnosti [N/mm²], a A presjek provodnika [mm²].

Uvrštavanjem (2.109) i (2.110) u (2.108) se dobija:

$$L_2 = L_1(1 + \epsilon_T \Delta T)(1 + \frac{\Delta S}{EA}) = L_1[1 + \epsilon_T(T_2 - T_1)](1 + \frac{S_2 - S_1}{EA}), \quad (2.111)$$

jer je $\Delta T = T_2 - T_1$ i $\Delta S = S_2 - S_1$, gdje je T_1 početna (referentna temperatura) [$^\circ\text{C}$], T_2 krajnja temperatura [$^\circ\text{C}$], S_1 sila zatezanja provodnika na početnoj temperaturi [N], a S_2 sila zatezanja provodnika na krajnjoj temperaturi [N].

Za jednačinu stanja provodnika se, sa dovoljnom preciznošću, može koristiti parabola, a ne lančanica koja predstavlja tačan matematički model, jer je od interesa promjena dužine provodnika, a ne njena apsolutna vrijednost [8].

Iz (2.97) se dobija dužina provodnika u početnom stanju (pri temperaturi T_1):

$$L_1 = a + a^3 \frac{(m_{C1}g)^2}{24H_1^2}, \quad (2.112)$$

gdje je H_1 horizontalna komponenta sile zatezanja na početnoj temperaturi [N], i dužina provodnika u krajnjem stanju (pri temperaturi T_2):

$$L_2 = a + a^3 \frac{(m_{C2}g)^2}{24H_2^2}, \quad (2.113)$$

gdje je H_2 horizontalna komponenta sile zatezanja na krajnjoj temperaturi [N].

Ukupne sile zatezanja u tačkama vješanja pri temperaturama T_1 i T_2 se dobijaju iz (2.72):

$$S_1 = H_1 \frac{L_1}{a}, \quad (2.114)$$

pri temperaturi T_1 i:

$$S_2 = H_2 \frac{L_2}{a}, \quad (2.115)$$

pri temperaturi T_2 .

Sa dovoljnim stepenom tačnosti se može pretpostaviti da važi $S_2 - S_1 \sim H_2 - H_1$ [8]. Uvrštavanjem ove aproksimacije, (2.112) i (2.113) u (2.111) dobija se:

$$\begin{aligned} & a + a^3 \frac{(m_{c2}g)^2}{24H_2^2} = \\ & = [a + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2}] [1 + \epsilon_t(T_2 - T_1)] [1 + \frac{H_2 - H_1}{EA}] = \\ & = a + a\epsilon_t(T_2 - T_1) + a \frac{H_2 - H_1}{EA} + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2} + a\epsilon_t(T_2 - T_1) \frac{H_2 - H_1}{EA} + \\ & \quad + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2} \epsilon_t(T_2 - T_1) + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2} \frac{H_2 - H_1}{EA} + \\ & \quad + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2} \epsilon_t(T_2 - T_1) \frac{H_2 - H_1}{EA}. \end{aligned} \quad (2.116)$$

Poslednja četiri od ukupno osam članova sa desne strane prethodne jednačine se mogu zanemariti jer su mnogo manji od ostalih članova pa se dobija:

$$a + a^3 \frac{(m_{c2}g)^2}{24H_2^2} = a + a\epsilon_t(T_2 - T_1) + a \frac{H_2 - H_1}{EA} + a^3 \frac{(m_{c1}g)^2}{24H_1^2}, \quad (2.117)$$

odnosno, nakon množenja obje strane jednačine sa $H_2^2 EA/a$:

$$H_2^2 [H_2 - H_1 + EA \frac{(am_{C1}g)^2}{24H_1^2} + EA\epsilon_t(T_2 - T_1)] = EA \frac{(am_{C2}g)^2}{24}. \quad (2.118)$$

Dobijena jednačina je jednačina stanja provodnika koja služi za određivanje horizontalne komponente zatezanja provodnika pri temperaturi T_2 i specifičnoj masi m_{C2} .

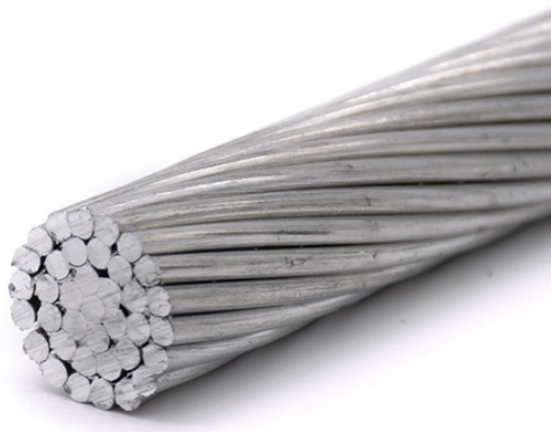
Ukoliko se uvede pojam naprezanja provodnika kao odnos horizontalne komponente zatezanja provodnika i presjeka provodnika:

$$\sigma = \frac{H}{A}, \quad (2.119)$$

gdje je σ naprezanje provodnika [N/mm²], (2.118) se transformiše u:

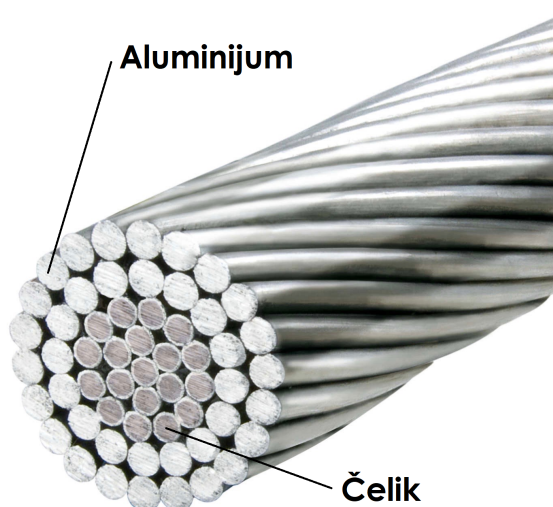
$$\sigma_2^2 [\sigma_2 - \sigma_1 + E \frac{(am_{C1}g)^2}{24\sigma_1^2 A^2} + E\epsilon_t(T_2 - T_1)] = E \frac{(am_{C2}g)^2}{24A^2}. \quad (2.120)$$

Naprezanje provodnika se može fizički izmjeriti jedino na homogenim provodnicima [8]. Primjer homogenog provodnika od aluminijuma, All Aluminum Conductor (AAC), je dat na slici 2.10.



Slika 2.10: AAC provodnik

Na slici 2.11 je prikazan provodnik od aluminijuma sa jezgrom od čelika, Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR). ACSR je u upotrebi u više od 80% NEEV u svijetu [17].



Slika 2.11: ACSR provodnik

Velika pažnja je posvećena izradi novih tipova provodnika sa većom dozvoljenom trajnom strujom i manjim vrijednostima ugiba (High Temperature Low Sag (HTLS)). Potreba za novim rješenjima se javlja usljed rasta potražnje za električnom energijom [18]. Zamjena ACSR provodnika HTLS provodnicima je opcija za povećanje kapaciteta postojećih NEEV (eng. uprating) bez potrebe za ojačanjem stubova. Koeficijent linearnog rastezanja HTLS provodnika je niži od koeficijenta linearnog rastezanja konvencionanlih provodnika [19].

Tehnički i ekonomski aspekti zamjene ACSR provodnika HTLS provodnicima su obrađeni u [20] [21] [22]. U literaturi [23] je opisan provodnik od kaljenog aluminijuma sa žicama trapezoidnog oblika i hibridnim polimernim kompozitnim jezgrom od stakla i ugljenika.

Na slici 2.12 prikazan je visokotemperaturni provodnik tipa Gap type Ultra Thermal resistant Aluminium alloy Conductor Steel Reinforced (GZTACSR). U pitanju je provodnik od legure aluminijuma i cirkonijuma sa žicama trapezoidnog oblika, jezgrom od čelika i međuprostorom koji je ispunjen temperaturno otpornim mazivom koje omogućava klizanje između čelika i aluminijuma. Radna temperatura ovog provodnika iznosi 210°C i ima dozvoljeno trajno opterećenje koje je dvostruko veće od dozvoljenog trajnog opterećenja ACSR provodnika [24]. Međutim, GZTACSR provodnik ima znatno veće gubitke od ACCC (Aluminum Conductor Composite Core) provodnika (330 kW/km u poređenju sa 226.8 kW/km za struju od 1344 A) [25].



Slika 2.12: GZTACSR provodnik

2.2 Matematički model mehaničkog proračuna nadzemnih vodova sa obuhvatanjem uticaja zateznih izolatora

U slučaju manjih raspona sa zateznim izolatorima na oba kraja, ne smije se zanemariti njihov uticaj na silu zatezanja provodnika i ugib. Pritom se razlikuju kruti i fleksibilni izolatori. U krute izolatore spadaju štapni izolatori, a u fleksibilne izolatore spadaju kapasti izolatori i višestruki štapni izolatori [8]. Usljed velike dužine i mase izolatorskih lanaca, masa po jedinici dužine izolatorskih lanaca je veća od mase po jedinici dužine provodnika. Težina izolatorskih lanaca ima značajan uticaj na ugib i naprezanje provodnika [26].

2.2.1 Kruti izolatori

Na slici 2.13 prikazan je porcelanski štapni izolator.



Slika 2.13: Porcelanski štapni izolator

Sa slike 2.14 se uočava da je:

$$L_{K,x} = L_K \cos \phi, \quad (2.121)$$

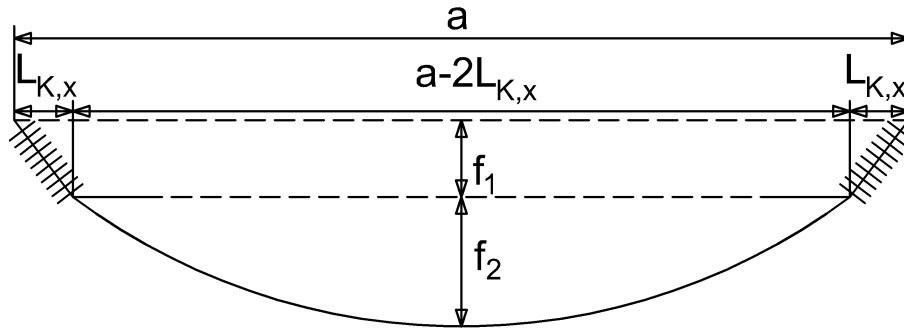
gdje je $L_{K,x}$ projekcija izolatora na x osu [m], L_K dužina izolatora, a ϕ ugao koji zatezni izolator zaklapa sa x osom, odnosno sa pravom koja povezuje tačke vješanja.

Ukoliko se u trigonometrijskom identitetu:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad (2.122)$$

obje strane jednačine podijele sa $\cos x$ i, imajući u vidu da je $\sin x / \cos x = \tan x$, isti izrazi u zavisnosti od $\tan x$, dobija se sledeći izraz:

$$\cos x = 1 / \sqrt{1 + \tan^2 x}. \quad (2.123)$$



Slika 2.14: Raspon sa zateznim izolatorima na oba kraja

Korišćenjem ovog identiteta, (2.121) poprima sledeći oblik:

$$L_{K,x} = L_K / \sqrt{1 + \tan^2 \phi}. \quad (2.124)$$

Tangens ugla ϕ se može odrediti poznavanjem vertikalne i horizontalne komponente sile zatezanja (slika 2.14) po relaciji:

$$\tan \phi = V/H. \quad (2.125)$$

Uvrštavanjem (2.125) u (2.124) dobija se izraz za određivanje projekcije izolatora na x osu za slučaj krutih izolatora:

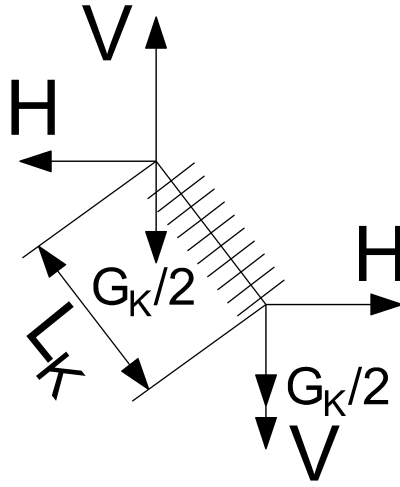
$$L_{K,x} = \frac{L_K}{\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2}}, \quad (2.126)$$

gdje je $L_{K,x}$ dužina izolatora po x osi (projekcija na x osu) [m], a L_K dužina izolatora [m].

Vertikalno opterećenje u tački vješanja provodnika na izolator se određuje relacijom:

$$V = \frac{1}{2}[m_C g(a - 2L_{K,x}) + G_K], \quad (2.127)$$

gdje je G_K težina izolatora [N]. Pritom se zatezni izolator ekvivalentira sa dvije sile, $G_K/2$, koncentrisane u njegovim krajevima, kao što je to prikazano na slici 2.15 [27].



Slika 2.15: Sile koje djeluju na zatezne izolatore

Projekcija izolatora na x osu zavisi od vertikalnog opterećenja koje zavisi od projekcije izolatora na x osu. Dakle, u cilju određivanja ovih međusobno zavisnih promjenljivih je neophodno koristiti iterativni postupak [28]. Iterativni postupak se završava kada je razlika stare i nove vrijednosti manja od odabrane tačnosti.

Za određivanje horizontalne komponente sile zatezanja provodnika H_2 na temperaturi T_2 se koristi jednačina stanja provodnika uz obuhvatanje uticaja zateznih izolatora za slučaj krutih izolatora [8]:

$$\begin{aligned} & H_2^2 \{ H_2 - H_1 + EA\epsilon_t(T_2 - T_1) + \\ & + \frac{EA}{H_1^2} \left[\frac{(m_{C1}g)^2(a - 2L_K)(a + 4L_K)}{24} + \frac{G_{K1}m_{C1}gL_K}{2} + \frac{G_{K1}^2 L_K}{4(a - 2L_K)} \right] \} = \quad (2.128) \\ & = EA \left[\frac{(m_{C2}g)^2(a - 2L_K)(a + 4L_K)}{24} + \frac{G_{K2}m_{C2}gL_K}{2} + \frac{G_{K2}^2 L_K}{4(a - 2L_K)} \right], \end{aligned}$$

gdje je G_{K1} težina izolatora bez leda [N], m_{C2} masa provodnika po jedinici dužine na temperaturi T_2 [kg/m], a G_{K2} težina izolatora sa ledom [N].

U poređenju sa (2.118), zaključuje se da je član $(m_Cg)^2a^2/24$ zamijenjen sa:

$$\frac{(m_Cg)^2(a - 2L_K)(a + 4L_K)}{24} + \frac{G_K m_Cg L_K}{2} + \frac{G_K^2 L_K}{4(a - 2L_K)}. \quad (2.129)$$

Ugib se sastoji od spuštanja izolatora (projekcija izolatora na y osu) i ugiba na sredini raspona [8] (pogledati sliku 2.14):

$$f = f_1 + f_2, \quad (2.130)$$

gdje je f_1 ugib usljed spuštanja izolatora (projekcija izolatora na y osu) [m], a f_2 ugib na sredini raspona [m].

Projekcija izolatora na y osu se određuje na osnovu horizontalne i vertikalne komponente sile zatezanja i projekcije izolatora po x osi po formuli [8]:

$$f_1 = \frac{V}{H} L_{K,x}, \quad (2.131)$$

odnosno, kada se uvrsti (2.121):

$$f = \frac{V}{H} \frac{L_K}{\sqrt{1 + (\frac{V}{H})^2}}. \quad (2.132)$$

Ugib na sredini raspona se računa koristeći (2.39), a imajući u vidu da je rastojanje između tačaka vješanja provodnika na izolatorima manje od raspona a za $2L_{K,x}$ (vidjeti sliku 2.14):

$$f_2 = \frac{H}{m_Cg} \left(\cosh \frac{m_Cg a - 2L_{K,x}}{H} - 1 \right). \quad (2.133)$$

Uvrštavanjem (2.127) i (2.128) u (2.125) dobija se formula za ukupan ugib:

$$f = \frac{V}{H} \frac{L_K}{\sqrt{1 + (\frac{V}{H})^2}} + \frac{H}{m_Cg} \left(\cosh \frac{m_Cg a - 2L_{K,x}}{H} - 1 \right). \quad (2.134)$$

Vertikalno opterećenje u tačkama vješanja izolatora na stub (A i B) se računa po sledećoj relaciji (vidjeti sliku 2.15):

$$V_A = V_B = G_K + \frac{1}{2} [m_Cg(a - 2L_{K,x})], \quad (2.135)$$

tako da se, poznavajući horizontalnu komponentu sile zatezanja, ukupna sila u tačkama vješanja izolatora na stubove može izračunati po relaciji:

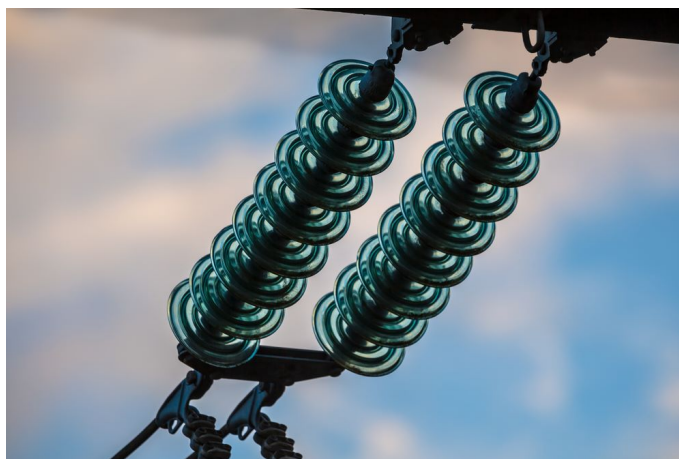
$$S_A = S_B = \sqrt{H^2 + V_A^2}. \quad (2.136)$$

U 2.134 se umjesto kosinusne hiperboličke funkcije može koristiti parabola za brže proračune:

$$f = \frac{V}{H} \frac{L_K}{\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2}} + \frac{m_C g (a - 2L_{K,x})^2}{8H}. \quad (2.137)$$

2.2.2 Fleksibilni izolatori

Fleksibilni izolator se može modelovati provodnikom čija je dužina jednaka dužini izolatora. Pritom se pretpostavlja da je težina izolatora ravnomjerno raspoređena [8]. Fleksibilni izolatori zauzimaju oblik sličan lančanici [29]. Na slici 2.16 prikazan je kapasti stakleni izolator sa dva lanca i električno pojačanom izolacijom (8 kapa), a na slici 2.17 višestruki porcelanski štapni izolator. U slučaju kapastih izolatora, električno pojačana izolacija podrazumijeva upotrebu jednog članka više [30].



Slika 2.16: Kapasti stakleni izolator



Slika 2.17: Višestruki štapni izolator

Za određivanje horizontalne komponente sile zatezanja provodnika H_2 na temperaturi T_2 se koristi jednačina stanja provodnika uz obuhvatanje uticaja zateznih izolatora za slučaj fleksibilnih izolatora [8]:

$$\begin{aligned} & H_2^2 \{ H_2 - H_1 + EA\epsilon_t(T_2 - T_1) + \\ & + \frac{EA}{H_1^2} [\frac{(m_{C1}g)^2 a^2}{24} + \frac{G_{K1} m_{C1} g L_K}{2} + \frac{L_K}{3a}] \} = \\ & = EA [\frac{(m_{C2}g)^2 a^2}{24} + \frac{G_{K2} m_{C2} g L_K}{2} + \frac{L_K}{3a}]. \end{aligned} \quad (2.138)$$

U poređenju sa (2.118), zaključuje se da je član $(m_C g)^2 a^2 / 24$ zamijenjen sa:

$$\frac{(m_C g)^2 a^2}{24} + \frac{G_K m_C g L_K}{2} + \frac{L_K}{3a}. \quad (2.139)$$

Ugib se računa po formuli [8]:

$$f = \frac{H}{m_C g} (\cosh \sqrt{\frac{(m_C g a)^2}{4H^2} + \frac{(m_C g L_K)^2}{H^2} + \frac{m_C g G_K L_K}{H^2}} - 1). \quad (2.140)$$

Vertikalno opterećenje i ukupna sila u tački vješanja izolatora na stub se, uz prihvatljivu grešku, mogu izračunati koristeći identične relacije kao u slučaju krutih izolatora:

$$V_A = V_B = G_K + \frac{1}{2} [m_C g (a - 2L_{K,x})], \quad (2.141)$$

i

$$S_A = S_B = \sqrt{H^2 + V_A^2}. \quad (2.142)$$

U 2.140 se umjesto kosinusne hiperboličke funkcije može koristiti parabola za brže proračune:

$$f = \frac{1}{2H} \left(\frac{m_C g a^2}{4} + m_C g L_K^2 + G_K L_K \right). \quad (2.143)$$

3 Određivanje uticaja zateznih izolatora na ugib i naprezanje

Proračun uticaja zateznih izolatora na ugib i naprezanje u slučaju ravnih raspona sa zateznim izolatorima na oba kraja je izvršen za 3 naponska nivoa: 110 kV, 220 kV i 400 kV. Za sve proračune su odabrani isti početni uslovi: početna temperatura -20°C i početno naprezanje 10 N/mm^2 . Obzirom da se proračun odnosi na ravne raspone, visinska razlika tačaka vješanja je 0 m.

3.1 110 kV naponski nivo

3.1.1 Fleksibilni izolatori

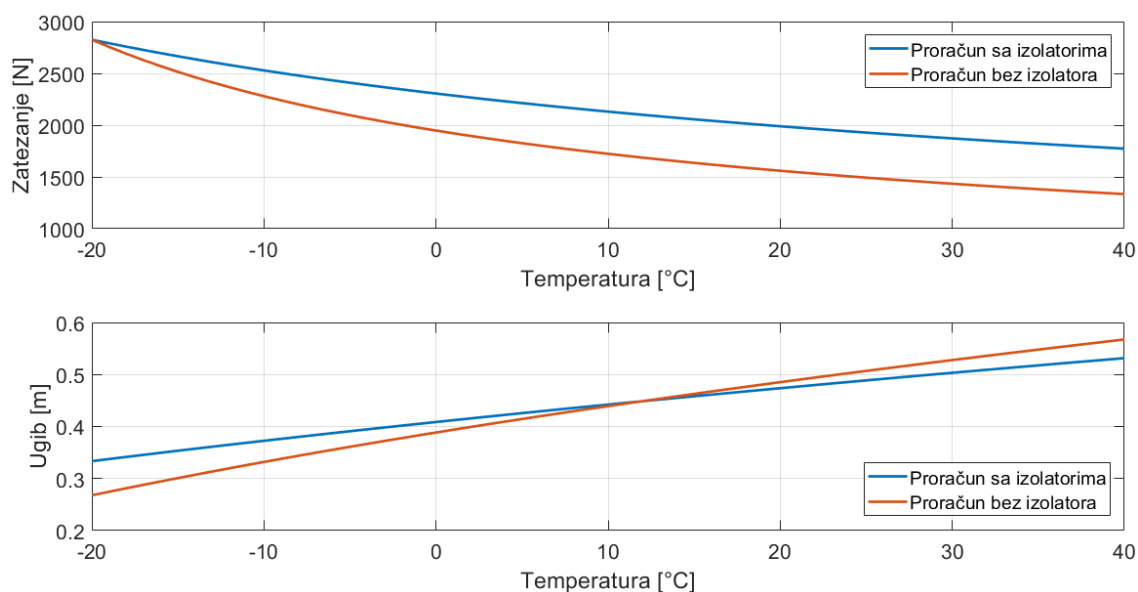
Za proračun uticaja fleksibilnih izolatora na ugib i naprezanje na 110 kV naponskom nivou korišćeni su parametri provodnika Al/Fe 240/40 mm^2 (ACSR 240/40) dati u tabeli 3.1.

Presjek	282.5 mm^2
Masa po jedinici dužine	0.987 kg/m
Koeficijent linearnog rastezanja	$18.9 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^{\circ}\text{C}$
Modul elastičnosti	77 kN/mm^2

Tabela 3.1: Parametri provodnika Al/Fe 240/40

Odabran je kapasti stakleni izolator tipa U120B visine 0.146 m i mase 3.9 kg. Proračun je izveden za jednostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom (8 kapa) dužine 1.168 m i mase 31.2 kg i za dvostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom (8 kapa) dužine 1.168 m i ukupne mase 62.4 kg.

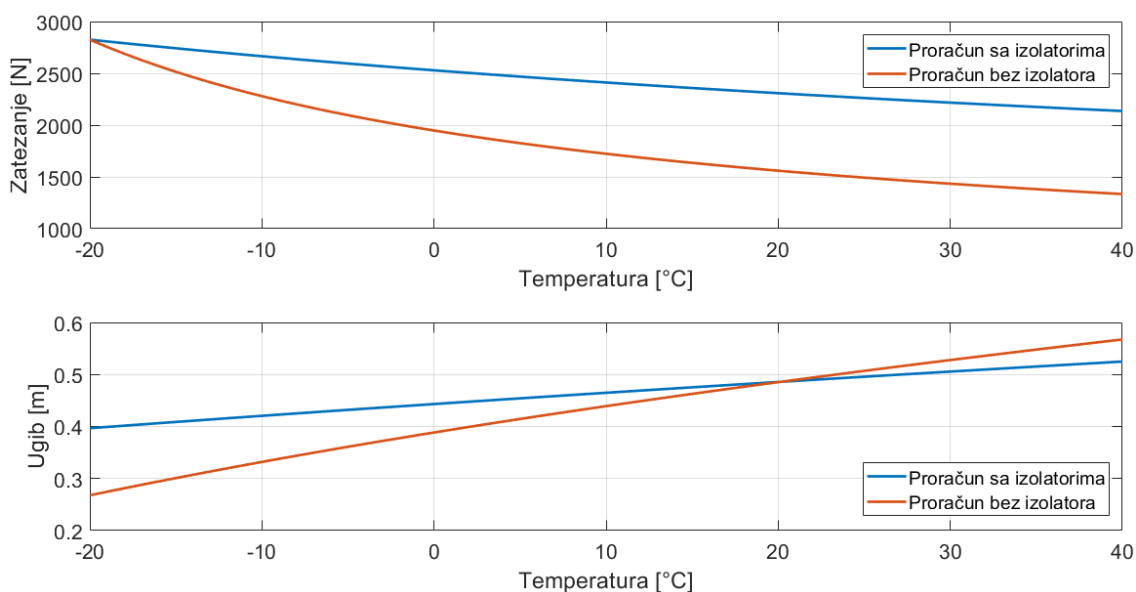
Na slici 3.1 date su montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 25 m sa jednostrukim fleksibilnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora. Maksimalno naprezanje se može javiti na temperaturi -20°C bez dodatnog opterećenja ili na temperaturi -5°C sa dodatnim opterećenjem usljed pojave leda. Obzirom na malu vrijednosti raspona, maksimalno naprezanje će se najvjerojatnije javiti na temperaturi -20°C [31] [27].



Slika 3.1: Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)

Uočava se velika razlika u proračunu sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se, kao što je ranije navedeno, javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 1773 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 1334 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 0.3334 m i 0.2678 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.0656 m, odnosno 19.67%. Krive ugiba se sijeku u tački sa temperaturom 12°C u kojoj ugib iznosi 0.4487 m sa vrijednostima horizontalne komponente sile zatezanja 2100 N i 1686 N. Za temperature veće od 12° , ugib je veći u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora usljed znatno manjih vrijednosti horizontalne komponente sile zatezanja.

Montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 25 m sa dvostrukim fleksibilnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora su date na slici 3.2.



Slika 3.2: Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)

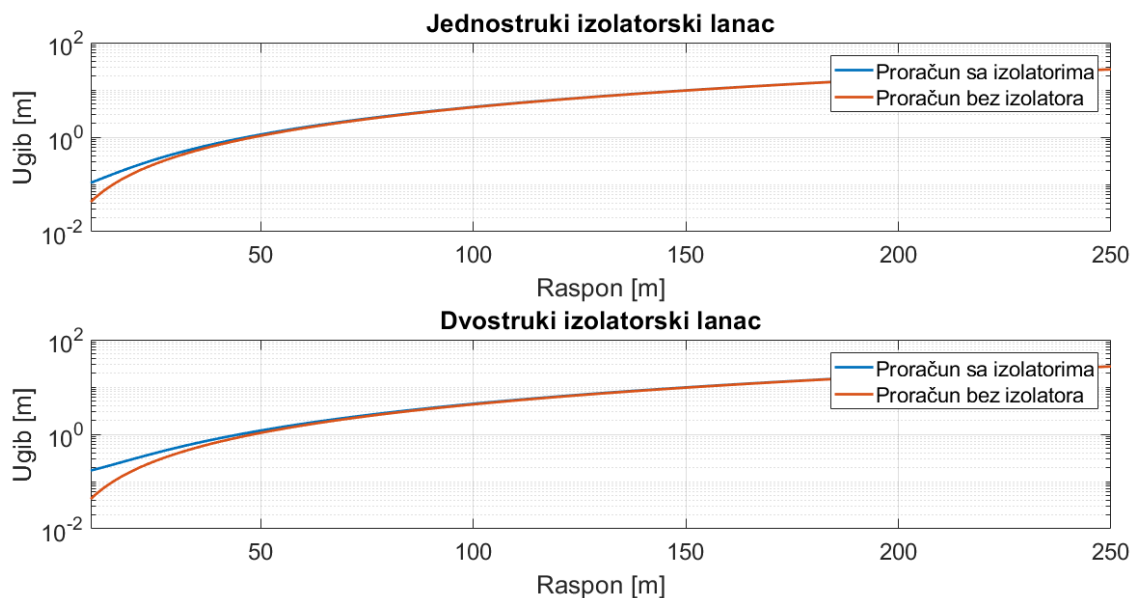
Krive koje se odnose na proračun bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora su identične krivima sa slike 3.1. Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 2136 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 1334 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 0.3967 m i 0.2678 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.1289 m, odnosno 32.49%. Krive ugiba se sijeku u tački sa temperaturom koja je približno jednaka 20°C i u kojoj ugib iznosi 0.4856 m i 0.4853 m sa vrijednostima horizontalne komponente sile zatezanja 2308 N i 1560 N. Za temperature veće od 20°C , ugib je veći u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora usljed znatno manjih vrijednosti horizontalne komponente sile zatezanja. Ugib u slučaju dvostrukog izolatorskog lanca je veći za 0.0633 m u odnosu na ugib u slučaju jednostrukog izolatorskog lanca.

Sa ciljem određivanja graničnog raspona, za koji važi sledeće:

- za raspone manje od graničnog raspona, greška ugiba usljed zanemarivanja uticaja zateznih izolatora je veća od dozvoljenog nivoa i stoga se mora koristiti tačan matematički model,
- za sve raspone veće od graničnog raspona, greška ugiba usljed zanemarivanja uticaja zateznih izolatora je zanemarljiva i može se koristiti približan matematički model,

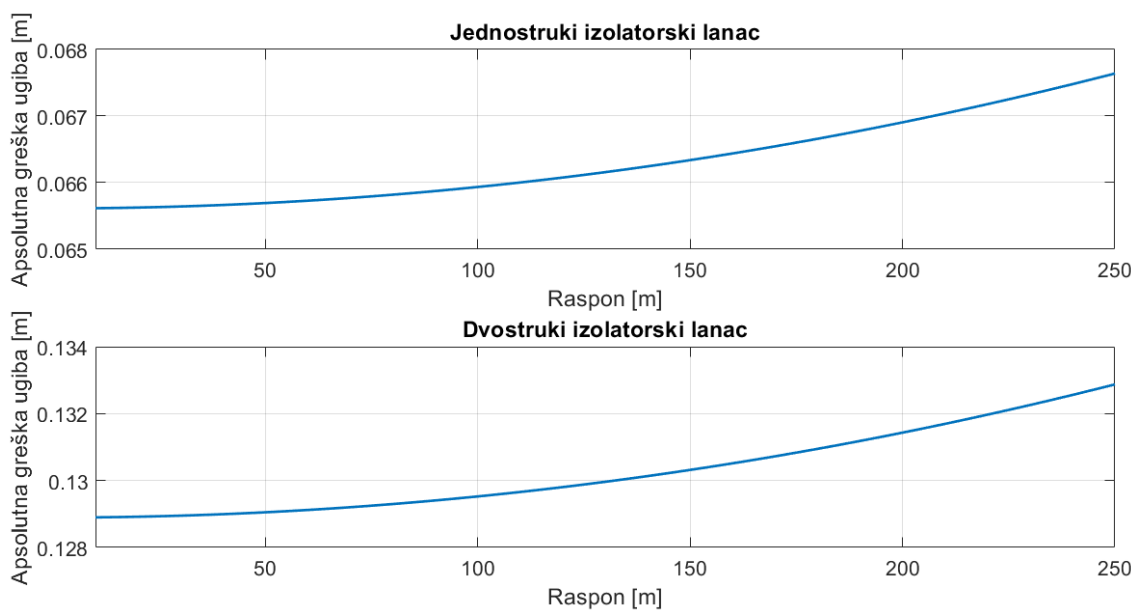
urađen je proračun ugiba za opseg raspona od 10 m do 250 m (naprezanje iznosi 10

N/mm² za sve raspone) sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora za jednostruki i dvostruki izolatorski lanac i rezultati su prikazani na slici 3.3. Na grafiku je data logaritamska skala.



Slika 3.3: Ugib u funkciji od raspona na 110 kV naponskom nivou

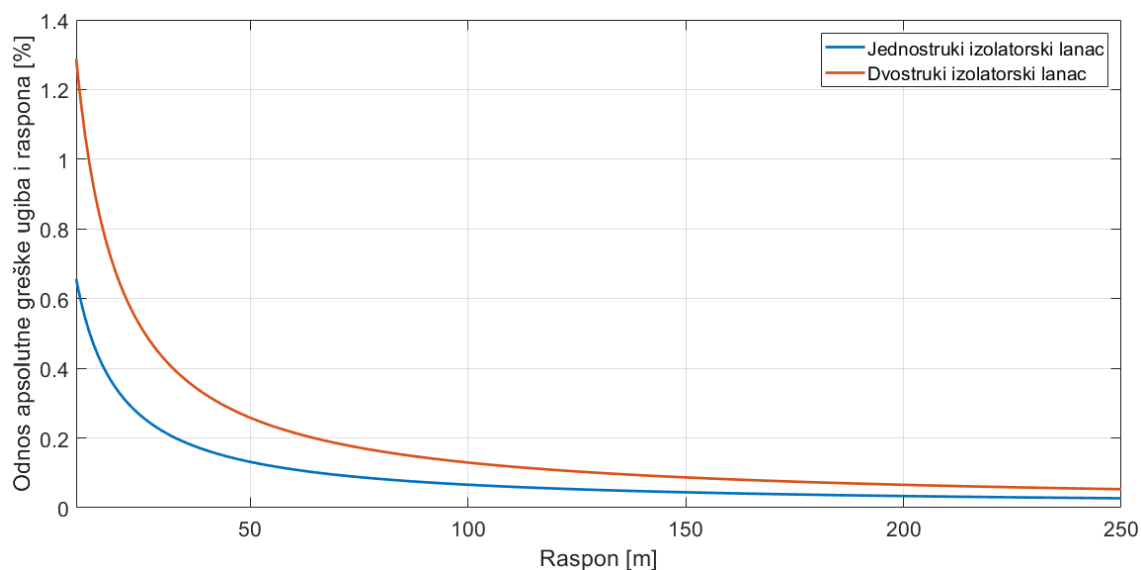
Na slici 3.4 je data apsolutna vrijednost greške ugiba u oba slučaja. Greška se neznatno povećava povećanjem raspona sa 10 m na 250 m (skoro je konstantna).



Slika 3.4: Apsolutna greška ugiba na 110 kV naponskom nivou

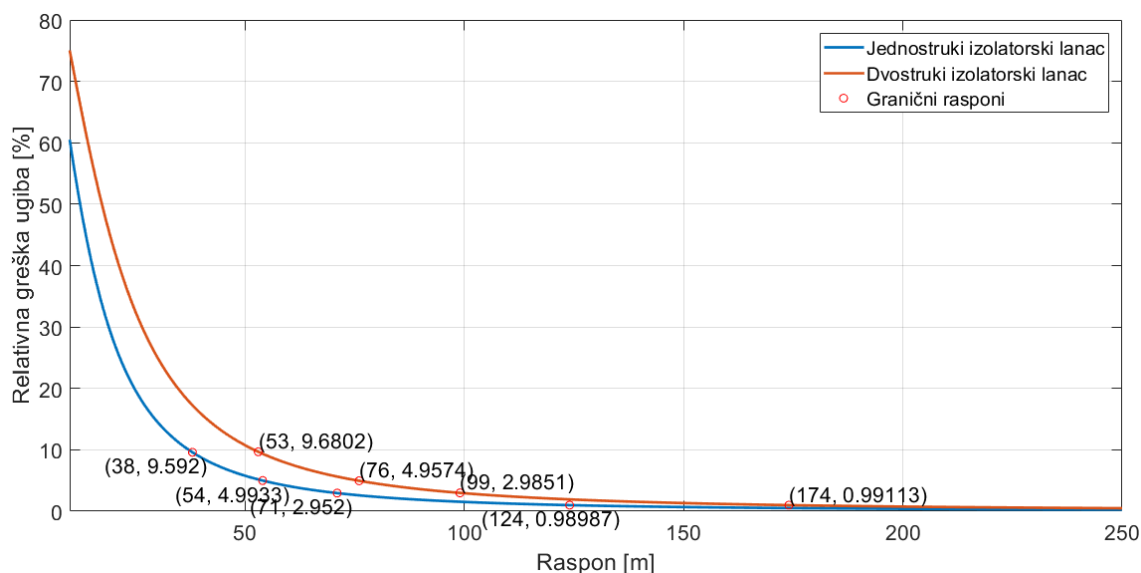
Na slici 3.5 je dat odnos apsolutne greške ugiba i raspona. Uočava se da ovaj

odnos opada sa povećanjem raspona po eksponencijalnom zakonu.



Slika 3.5: Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 110 kV naponskom nivou

Na slici 3.6 prikazan je grafik zavisnosti relativne greške ugiba od raspona i vrijednosti graničnih raspona za četiri nivoa greške (10%, 5%, 3% i 1%). Kao i u slučaju grafika sa slike 3.4, ova kriva je eksponencijalnog karaktera i smanjuje se sa povećanjem raspona.



Slika 3.6: Granični rasponi na 110 kV naponskom nivou

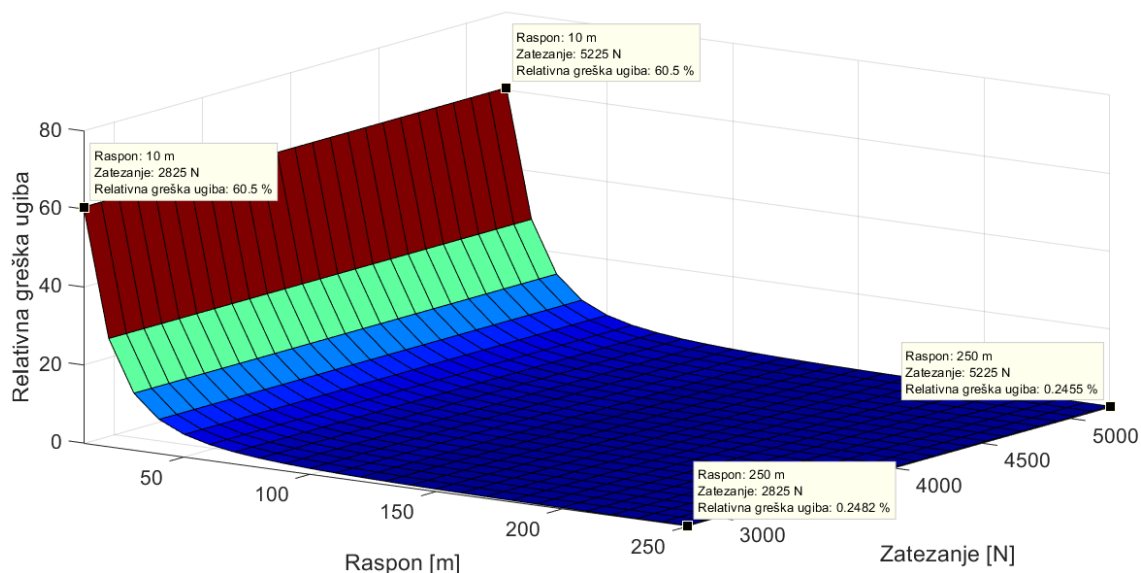
Ukoliko se usvoji dozvoljeni nivo greške od 5% za date parametre (raspon, tip provodnika, početno naprezanje, itd.), granični raspon iznosi 54 m za jednostruki

izolatorski lanac i 76 m za dvostruki izolatorski lanac. Vrijednosti graničnih raspona i odgovarajuće greške ugiba su date u tabeli 3.2.

Jednostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	38	9.592
5	54	4.9933
3	71	2.952
1	124	0.9899
Dvostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	53	9.6802
5	76	4.9574
3	99	2.9851
1	174	0.9911

Tabela 3.2: Granični rasponi i nivoi greške na 110 kV naponskom nivou

Postavlja se pitanje kako se mijenja relativna greška ugiba u zavisnosti od zatezanja, odnosno, da li je relativna greška ugiba manja za različite vrijednosti horizontalne komponente sile zatezanja? Na slici 3.7 dat je grafik relativne greške ugiba u funkciji od raspona i sile zatezanja.

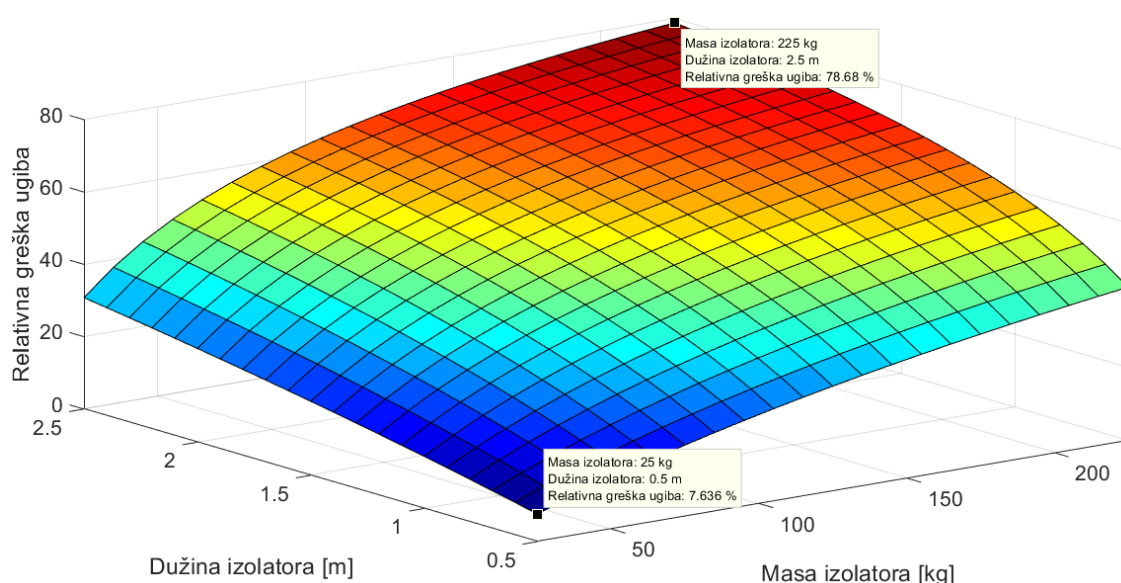


Slika 3.7: Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 110 kV naponskom nivou

Posmatranjem grafika sa slike iznad i krajnjih (označenih) tačaka se uočava da

se relativna greška ugiba neznatno mijenja promjenom horizontalne komponente sile zatezanja. Dakle, iako se promjenom sile zatezanja mijenja ugib, relativna greška je skoro konstantna za datu vrijednost raspona.

Parametri zateznih izolatora koji se koriste u proračunu uticaja na ugib i naprezanje su masa i dužina. Stoga, od interesa je posmatrati zavisnost relativne greške ugiba od ova dva parametra. Na slici 3.8 dat je 3D grafik zavisnosti relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za raspon od 25 m. Ostali parametri su identični parametrima iz prethodnih proračuna. Opseg parametara je od 25 kg do 225 kg za masu izolatora sa korakom od 10 kg i od 0.5 m do 2.5 m za dužinu izolatora sa korakom od 0.1 m.



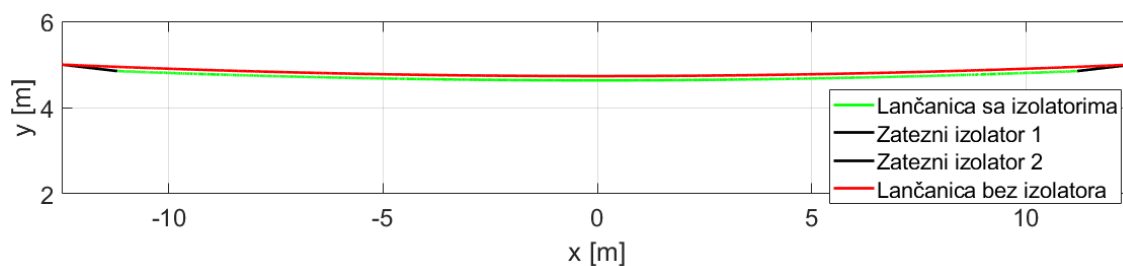
Slika 3.8: Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 110 kV naponskom nivou

Očekivano, relativna greška ugiba je najmanja za najmanje vrijednosti mase i dužine izolatora i iznosi 7.636% za masu izolatora 25 kg i dužinu izolatora 0.5 m, a najveća za maksimalnu vrijednost mase i dužine izolatora i iznosi 78.68% za masu izolatora 225 kg i dužinu izolatora 2.5 m. Povećanjem mase izolatora sa 25 kg na 225 kg i dužine izolatora sa 0.5 m na 2.5 m, greška se povećava 10 puta.

3.1.2 Kruti izolatori

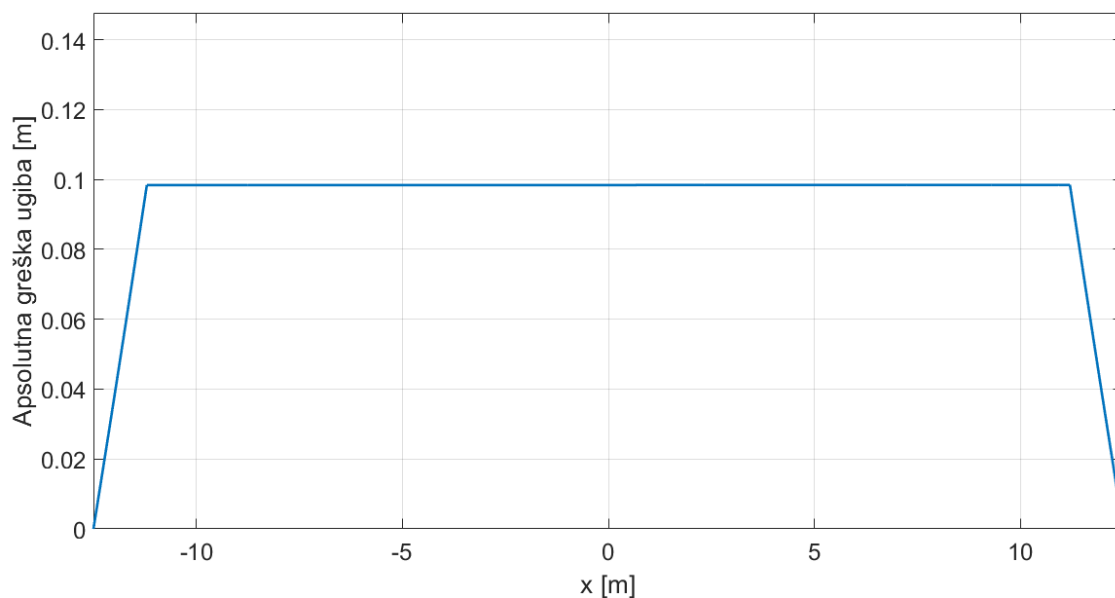
Za proračun uticaja krutih izolatora na na ugib i naprezanje na 110 kV naponskom nivou korišćeni su parametri provodnika Al/Fe 240/40 mm^2 (ACSR 240/40) dati u tabeli 3.1. Odabran je porcelanski štapni izolator tipa LP75/15F/1305 (DIN) dužine 1.305 m i mase 45 kg. Na slici 3.9 prikazani su sledeći elementi:

- lančanica koja se dobija klasičnim pristupom mehaničkom proračunu nadzemnih vodova koji pretpostavlja da je provodnik ovješena direktno na konzole (na slici "Lančanica bez izolatora"),
- lančanica koja se dobija proračunom u kojem se uzima u obzir uticaj zateznih izolatora (ovješena na zatezne izolatore, na slici "Lančanica sa izolatorima"),
- zatezni izolatori - oba zatezna izolatora sa odgovarajućim otklonom po x i y osi, ovješena na konzole na visini 5 m.



Slika 3.9: Lančanice u slučaju štapnog izolatora

Uočava se da zatezni izolatori zauzimaju položaj koji je niži od lančanice u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora (usljed veće mase izolatora u odnosu na provodnik). Apsolutna greška ugiba u svim tačkama raspona je prikazana na slici 3.10.

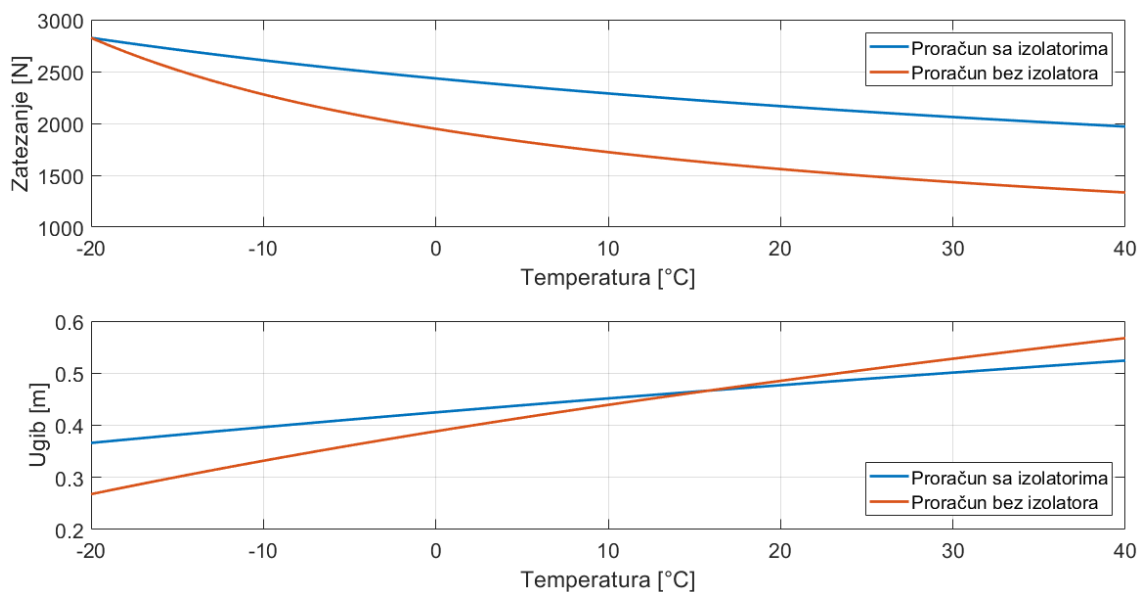


Slika 3.10: Apsolutna greška ugiba u svim tačkama raspona

Apsolutna greška ugiba u tačkama u kojima se nalaze zatezni izolatori ima oblik sinusne hiperboličke funkcije jer se dobija kao razlika ugiba tačkaka izolatorskog lanca

(koji se može opisati pravom linijom jer je u pitanju štapni izolator) i lančanice čiji je položaj opisan jednačinom (2.29). U ostalim tačkama raspona apsolutna greška ugiba je konstantna jer su lančanice paralelne.

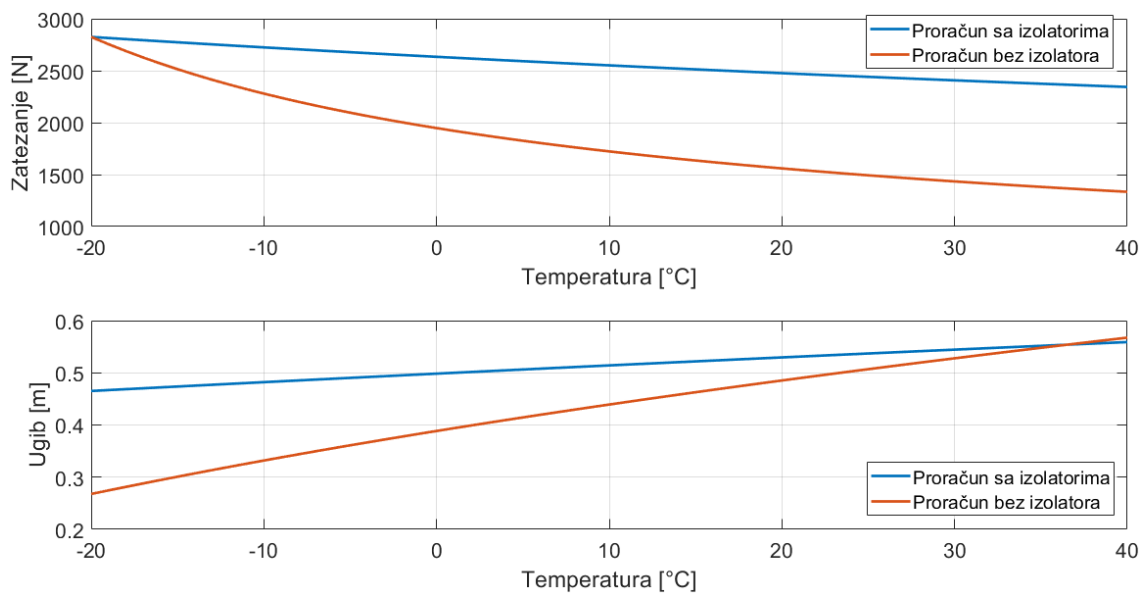
Na slici 3.11 date su montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon 25 m sa jednostrukim štapnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora.



Slika 3.11: Montažne krive (jednostruki štapni izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)

Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 1970 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 1334 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 0.3662 m i 0.2678 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.0984 m, odnosno 26.87%. Krive ugiba se sijeku u tački sa temperaturom koja je približno jednaka 16°C i u kojoj ugib iznosi 0.467 m i 0.4673 m sa vrijednostima horizontalne komponente sile zatezanja 2213 N i 1619 N. Za temperature veće od 16°C , ugib je veći u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora usljed znatno manjih vrijednosti horizontalne komponente sile zatezanja.

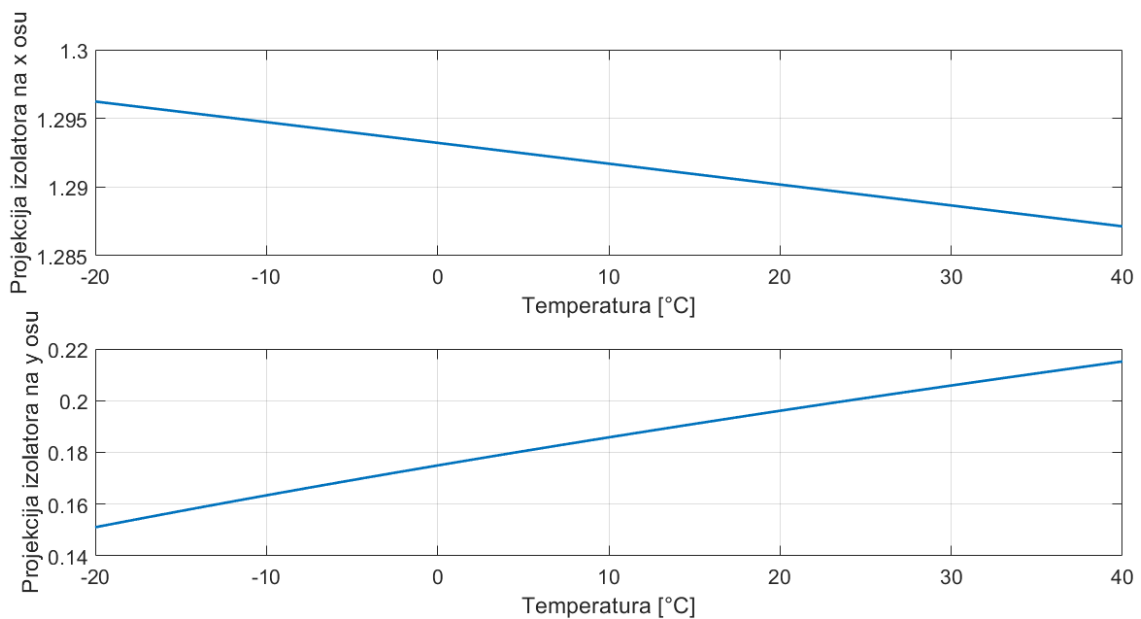
Montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 25 m sa dvostrukim štapnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora su date na slici 3.12.



Slika 3.12: Montažne krive (dvostruki štapni izolatorski lanac na 110 kV naponskom nivou)

Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 2343 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 1334 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 0.4652 m i 0.2678 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.1974 m, odnosno 42.43%. Krive ugiba se sijeku u tački sa temperaturom koja je približno jednaka 36°C i u kojoj ugib iznosi 0.5531 m i 0.5518 m sa vrijednostima horizontalne komponente sile zatezanja 2368 N i 1372 N. Za temperature veće od 36°C , ugib je veći u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora usljed znatno manjih vrijednosti horizontalne komponente sile zatezanja. Ugib u slučaju dvostrukog izolatorskog lanca je veći za 0.099 m u odnosu na ugib u slučaju jednostrukog izolatorskog lanca.

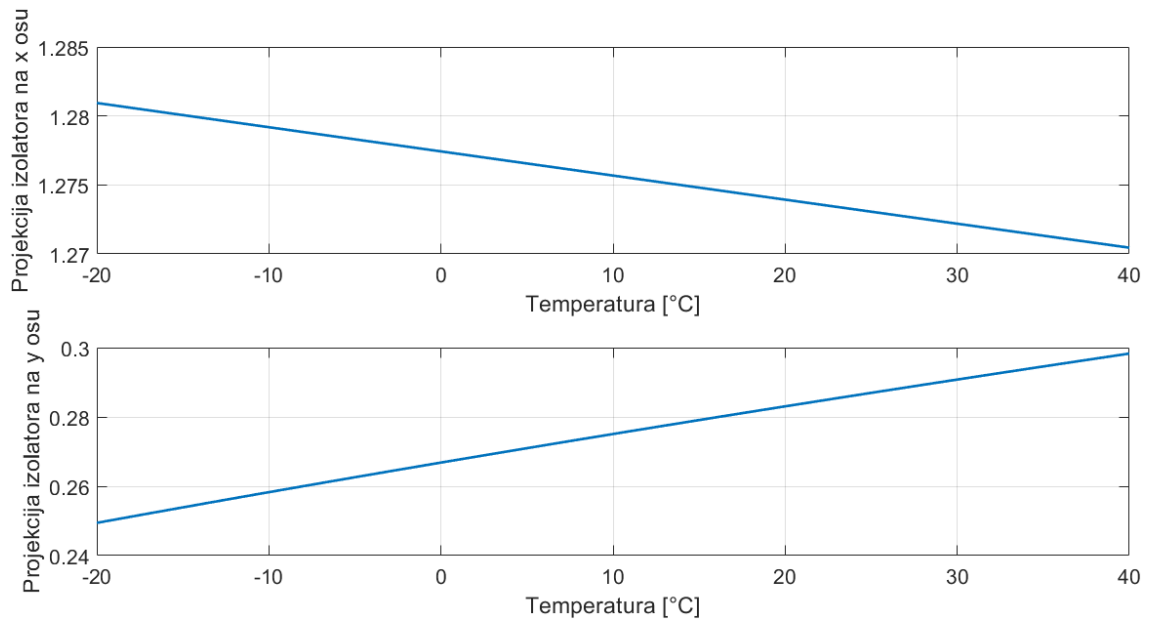
Interesantno je vidjeti kako se položaj zateznih izolatora mijenja u zavisnosti od temperature. Na slici 3.13 dat je grafik zavisnosti oklona jednostrukog izolatorskog lanca po x i y osi (projekcija izolatora na x i y osu) u funkciji od temperature.



Slika 3.13: Projekcije jednostrukog izolatorskog lanca na x i y osu u funkciji od temperature

Projekcija izolatorskog seta na x osu je najveća na temperaturi -20°C kada je zatezanje najveće i iznosi 1.296 m, a najmanja na temperaturi 40°C kada je zatezanje najmanje i iznosi 1.287 m. Kriva je opadajuća jer se sa povećanjem temperature smanjuje horizontalna komponenta sile zatezanja koja djeluje na izolator u smjeru od izolatora ka sredini raspona (slika 2.14). Projekcija izolatorskog seta na y osu je najmanja na temperaturi -20°C i iznosi 0.1511 m, a najveća na temperaturi 40°C i iznosi 0.2152 m.

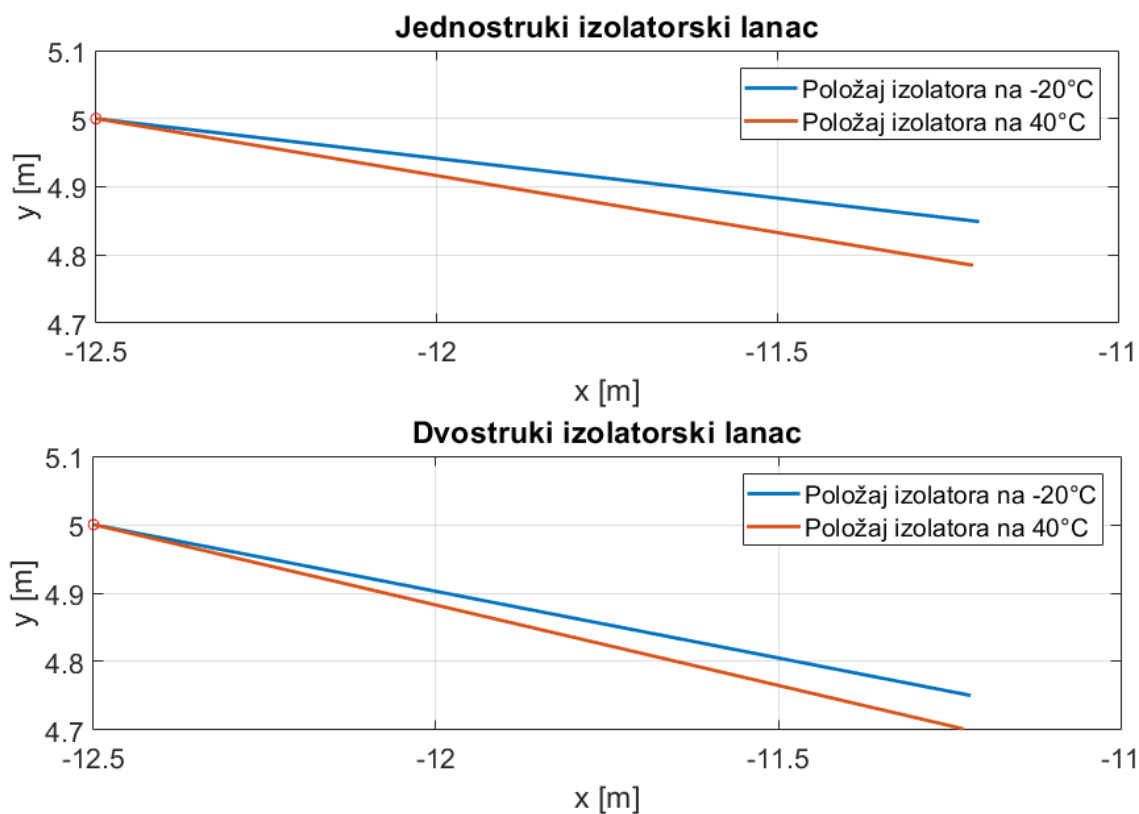
Grafik zavisnosti oklona dvostrukog izolatorskog lanca po x i y osi u funkciji od temperature (projekcija izolatora na x i y osu) je prikazan na slici 3.14.



Slika 3.14: Projekcije izolatora na x i y osu u funkciji od temperature

Projekcija dvostrukog izolatorskog seta na x osu je najveća na temperaturi -20°C kada je zatezanje najveće i iznosi 1.281 m, a najmanja na temperaturi 40°C kada je zatezanje najmanje i iznosi 1.27 m. Kriva je opadajuća jer se sa povećanjem temperature smanjuje horizontalna komponenta sile zatezanja koja djeluje na izolator u smjeru od izolatora ka sredini raspona (slika 2.14). Projekcija izolatorskog seta na y osu je najmanja na temperaturi -20°C i iznosi 0.2494 m, a najveća na temperaturi 40°C i iznosi 0.2983 m.

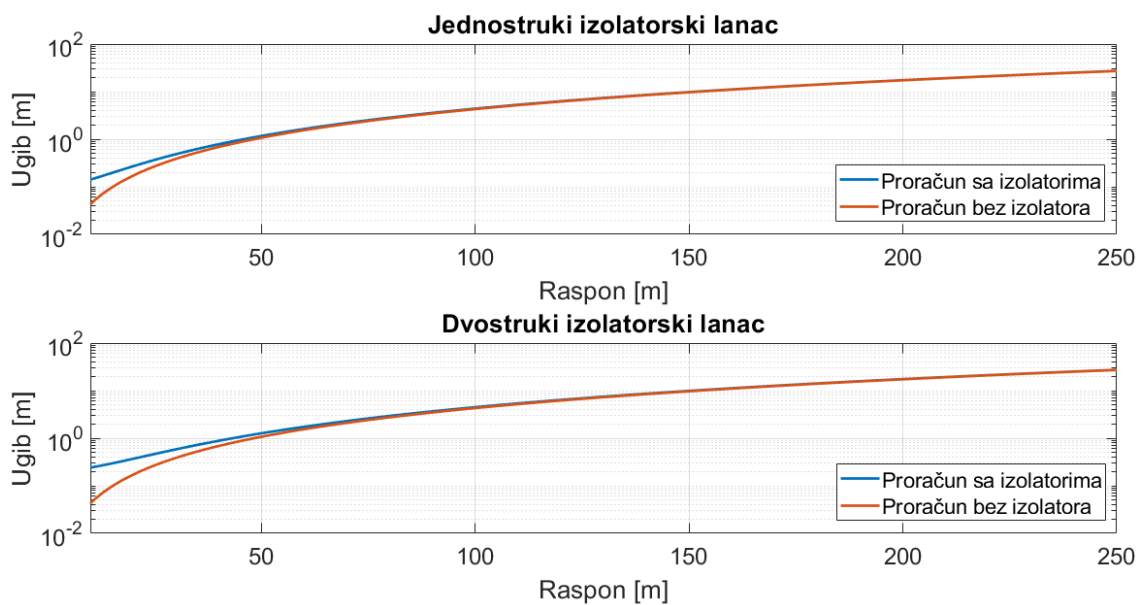
Grafički prikaz položaja jednostrukih i dvostrukih izolatorskih lanaca na temperaturi -20°C i 40°C je dat na slici 3.15. Prikazani su krajnji položaji u kojima se mogu naći izolatorski lanci. Za temperature u opsegu od -19°C do 39°C izolatorski lanci se nalaze u međupoložaju. Tačka vješanja izolatorskih lanaca na konzolu ima koordinate $x = -12.5$ m i $y = 5$ m (označena crvenim kružićem).



Slika 3.15: Položaj jednostrukog i dvostrukog izolatorskog lanca na -20°C i 40°C

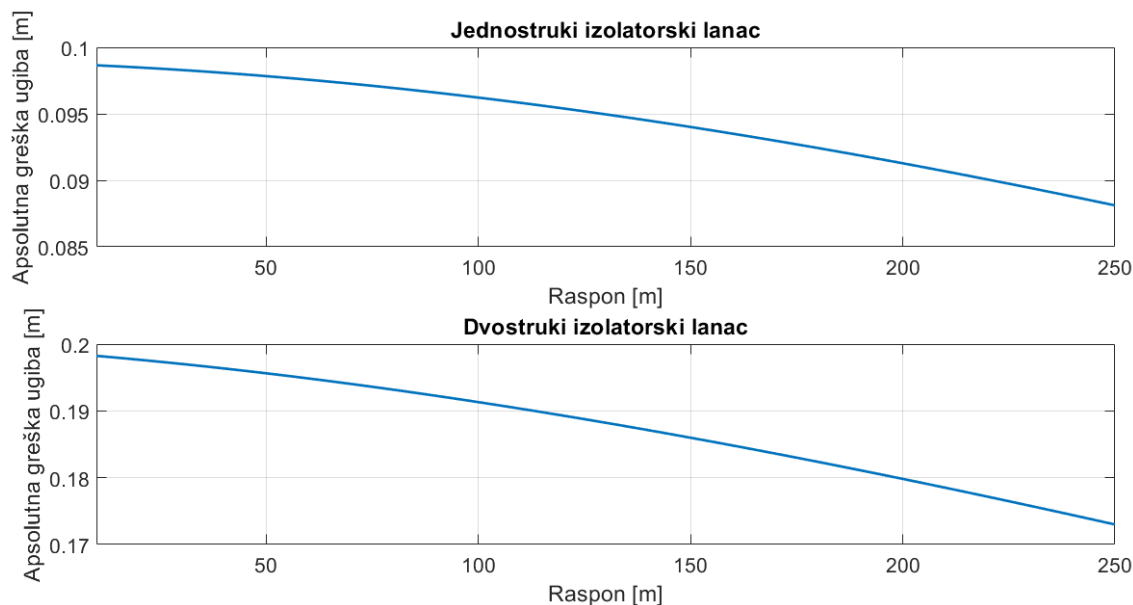
Dvostruki izolatorski lanac zauzima nešto niži položaj u odnosu na jednostruki izolatorski lanac usljed veće mase.

Sa ciljem određivanja graničnog raspona, urađen je proračun ugiba za opseg raspona od 10 m do 250 m u proračunu sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora za jednostruki i dvostruki štapni izolatorski lanac i rezultati su prikazani na slici 3.16. Na grafiku je data logaritamska skala.



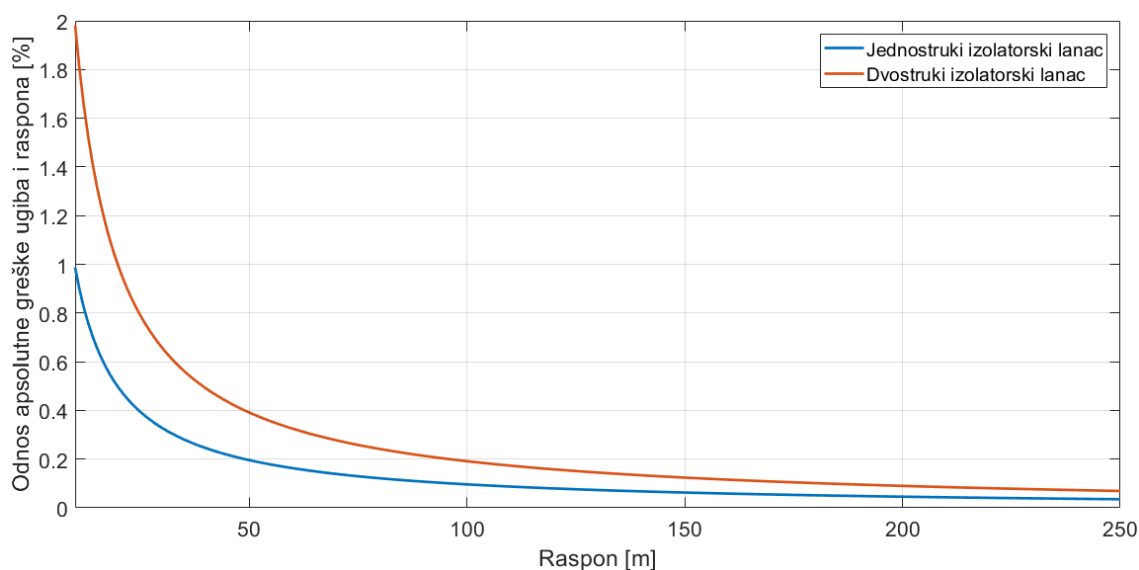
Slika 3.16: Ugib u funkciji od raspona za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou

Na slici 3.17 je data apsolutna vrijednost greške ugiba u oba slučaja. Greška se smanjuje sa povećanjem raspona sa 10 m na 250 m.



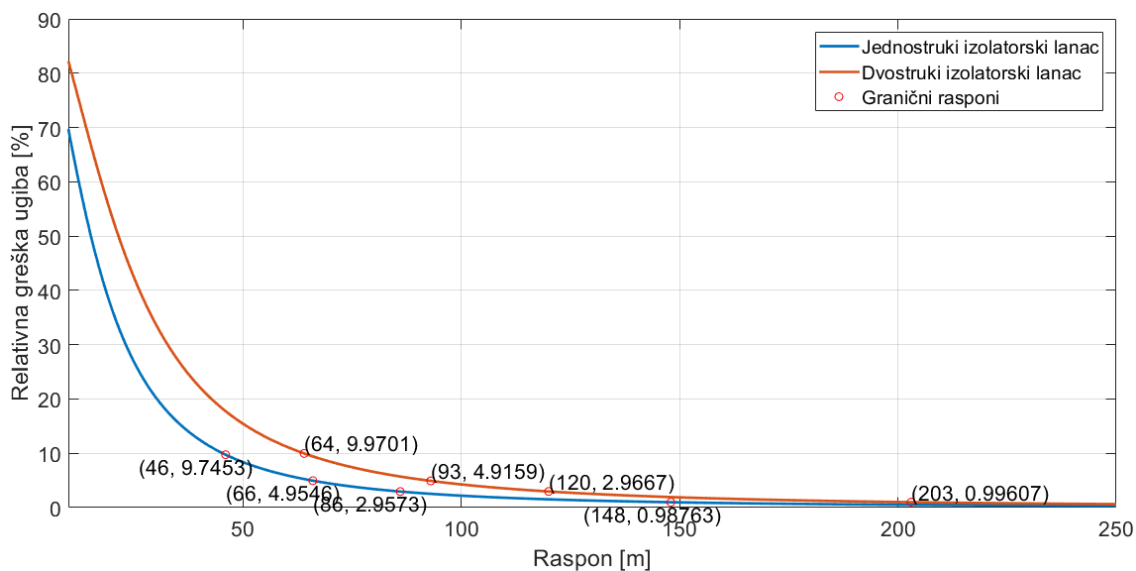
Slika 3.17: Apsolutna greška ugiba za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou

Na slici 3.18 je dat odnos apsolutne greške ugiba i raspona. Uočava se da ovaj odnos opada sa povećanjem raspona po eksponencijalnom zakonu.



Slika 3.18: Apsolutna greška ugiba u procentima raspona za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou

Na slici 3.19 prikazan je grafik zavisnosti relativne greške ugiba od raspona i vrijednosti graničnih raspona za četiri nivoa greške. Kao i u slučaju grafika sa slike 3.18, ova kriva je eksponencijalnog karaktera i smanjuje se sa povećanjem raspona.



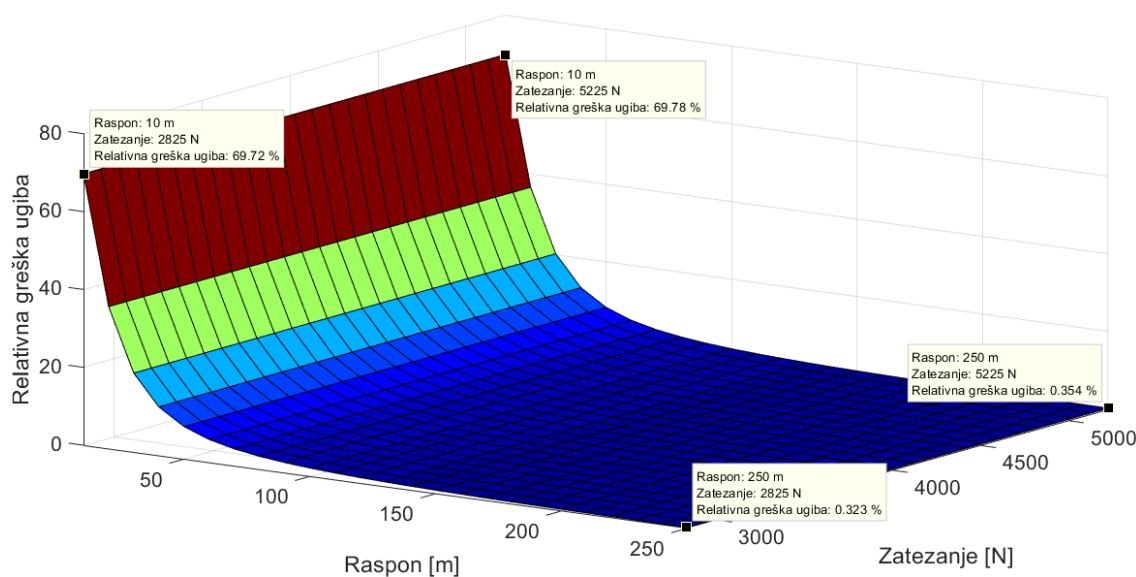
Slika 3.19: Granični rasponi za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou

Vrijednosti graničnih raspona i odgovarajuće greške su date u tabeli 3.3.

Na slici 3.20 dat je grafik relativne greške ugiba u funkciji od raspona i sile zatezanja.

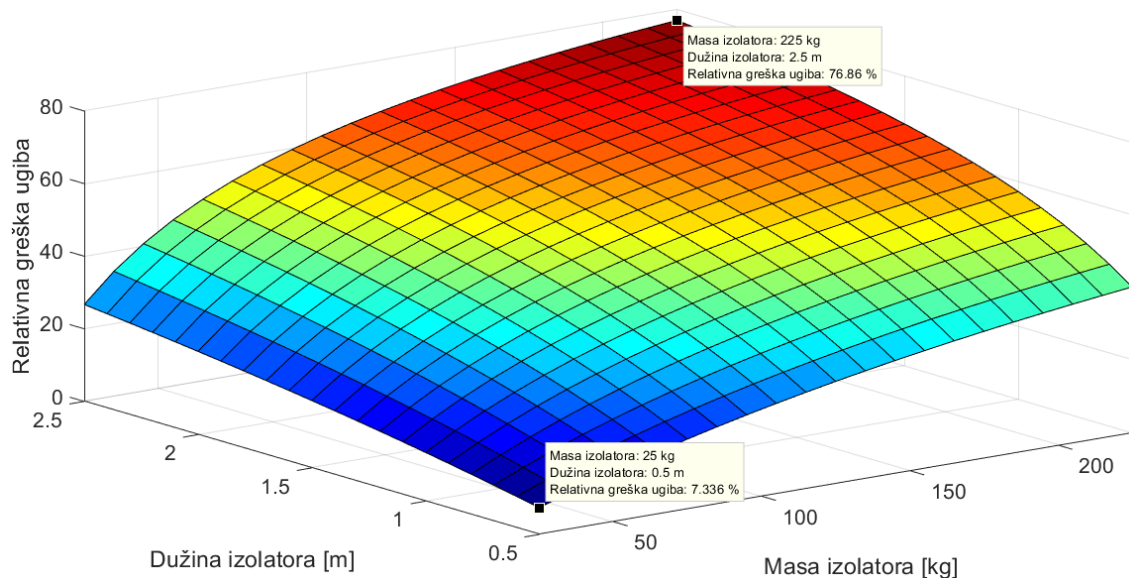
Jednstruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	46	9.7453
5	66	4.9546
3	86	2.9573
1	148	0.98763
Dvostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	64	9.9701
5	93	4.9159
3	120	2.9667
1	203	0.99607

Tabela 3.3: Granični rasponi i nivoi greške na 110 kV naponskom nivou za slučaj štapnih izolatora



Slika 3.20: Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 400 kV naponskom nivou za slučaj štapnih izolatora

Na slici 3.21 dat je 3D grafik zavisnosti relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za raspon od 25 m. Ostali parametri su identični parametrima iz prethodnih proračuna. Opseg parametara je od 25 kg do 225 kg za masu izolatora sa korakom od 10 kg i 0.5 m do 2.5 m za dužinu izolatora sa korakom od 0.1 m.



Slika 3.21: Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za krute izolatore na 110 kV naponskom nivou

Očekivano, relativna greška ugiba je najmanja za najmanje vrijednosti mase i dužine izolatora i iznosi 7.336% za masu izolatora 25 kg i dužinu izolatora 0.5 m, a najveća za maksimalnu vrijednost mase i dužine izolatora i iznosi 76.86% za masu izolatora 225 kg i dužinu izolatora 2.5 m. Povećanjem mase izolatora sa 25 kg na 225 kg i dužine izolatora sa 0.5 m na 2.5 m, greška se povećava 10 puta. Poređenjem ovih podataka i podataka o relativnoj grešci ugiba za slučaj fleksibilnih izolatora zaključuje se da je greška nešto veća u slučaju fleksibilnih izolatora (ugib u slučaju fleksibilnih izolatora je veći od ugiba u slučaju krutih izolatora).

3.2 220 kV naponski nivo

Za proračun uticaja fleksibilnih izolatora na ugib i naprezanje na 220 kV naponskom nivou korišćeni su parametri provodnika Al/Fe 490/65 mm^2 (ACSR 490/65) dati u tabeli 3.4.

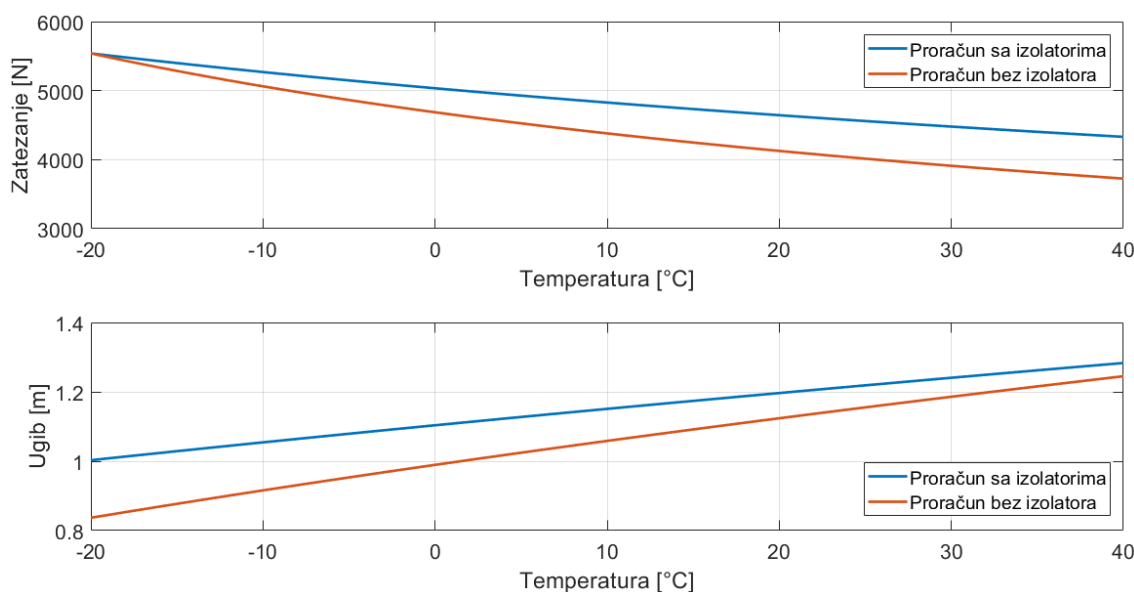
Presjek	553.9 mm^2
Masa po jedinici dužine	1.866 kg/m
Koeficijent linearnog rastezanja	19.3 10^{-6} $1/^\circ C$
Modul elastičnosti	77 kN/ mm^2

Tabela 3.4: Parametri provodnika Al/Fe 490/65

Odabran je kapasti stakleni izolator tipa U160BL visine 170 mm i mase 6.2

kg. Proračun je izveden za jednostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom (13 kapa) dužine 2.21 m i mase 80.6 kg i za dvostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom dužine 2.21 m i ukupne mase 161.2 kg.

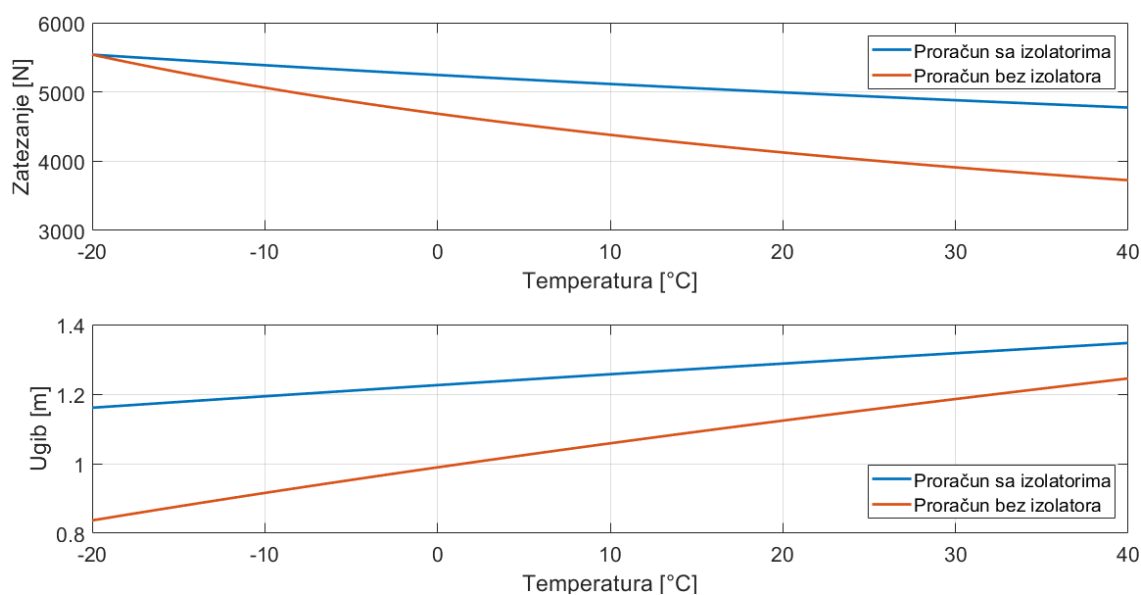
Na slici 3.22 date su montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 45 m sa dvostrukim fleksibilnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora.



Slika 3.22: Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 220 kV naponskom nivou)

Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 4331 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 3726 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 1.003 m i 0.8369 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.1661 m, odnosno 19.85%. Ugib u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora je veći od ugiba u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora na cijelom opsegu temperature.

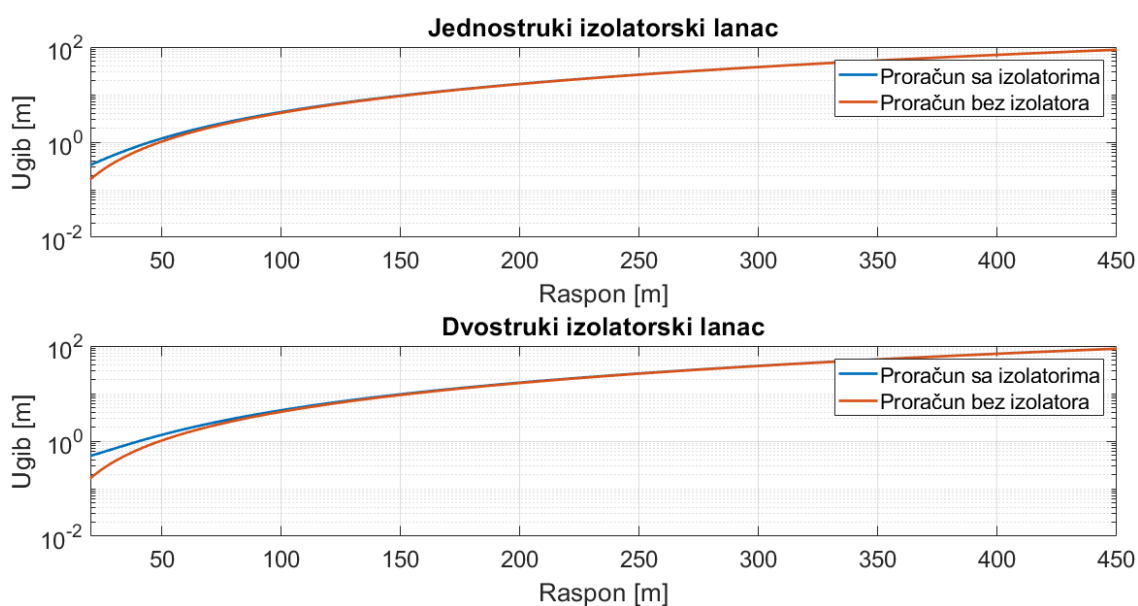
Montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 45 m sa dvostrukim fleksibilnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora su date na slici 3.23.



Slika 3.23: Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 220 kV naponskom nivou)

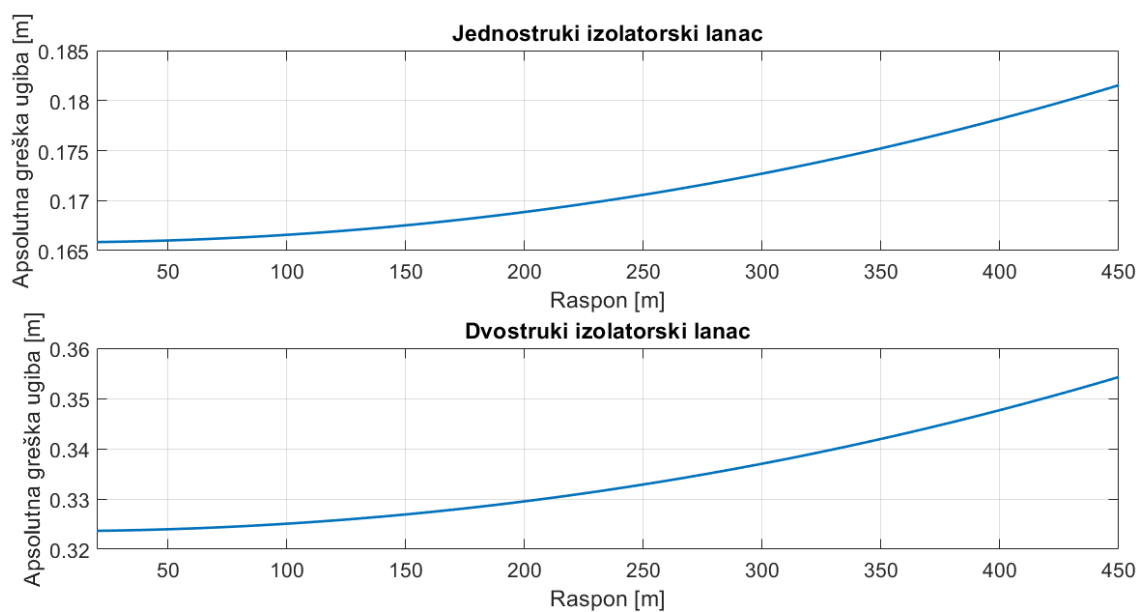
Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 4775 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 3726 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 1.161 m i 0.8369 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.1661 m, odnosno 27.92%. Ugib u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora je veći od ugiba u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora na cijelom opsegu temperature. Ugib u slučaju dvostrukog izolatorskog lanca je veći za 0.158 m u odnosu na ugib u slučaju jednostrukog izolatorskog lanca.

Sa ciljem određivanja graničnog raspona urađen je proračun ugiba za opseg raspona od 20 m do 450 m u proračunu sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora za jednostruki i dvostruki izolatorski lanac i rezultati su prikazani na slici 3.24. Na grafiku je data logaritamska skala.



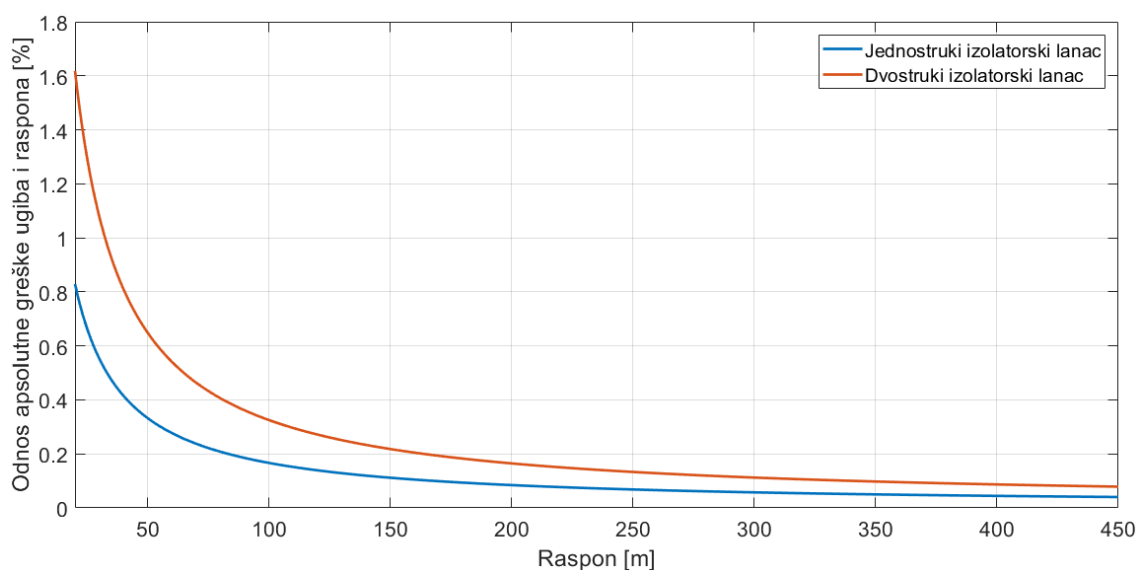
Slika 3.24: Ugib u funkciji od raspona na 220 kV naponskom nivou

Na slici 3.25 je data apsolutna vrijednost greške u oba slučaja. Greška se neznatno povećava povećanjem raspona sa 20 m na 450 m (približno je konstantna).



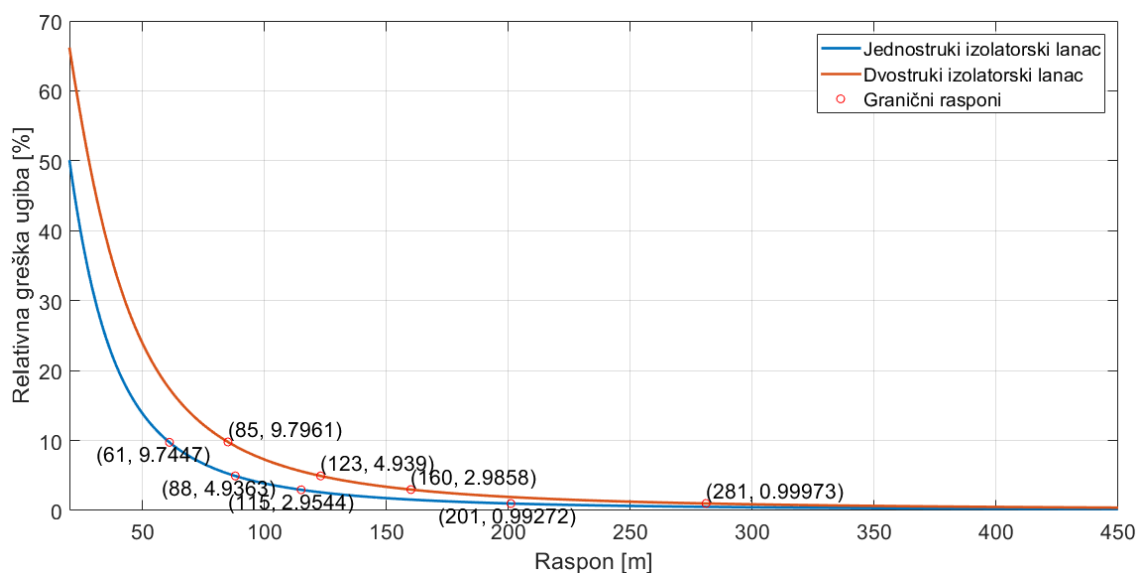
Slika 3.25: Apsolutna greška ugiba na 220 kV naponskom nivou

Na slici 3.26 je dat odnos apsolutne greške ugiba i raspona. Uočava se da ovaj odnos opada sa povećanjem raspona po eksponencijalnom zakonu.



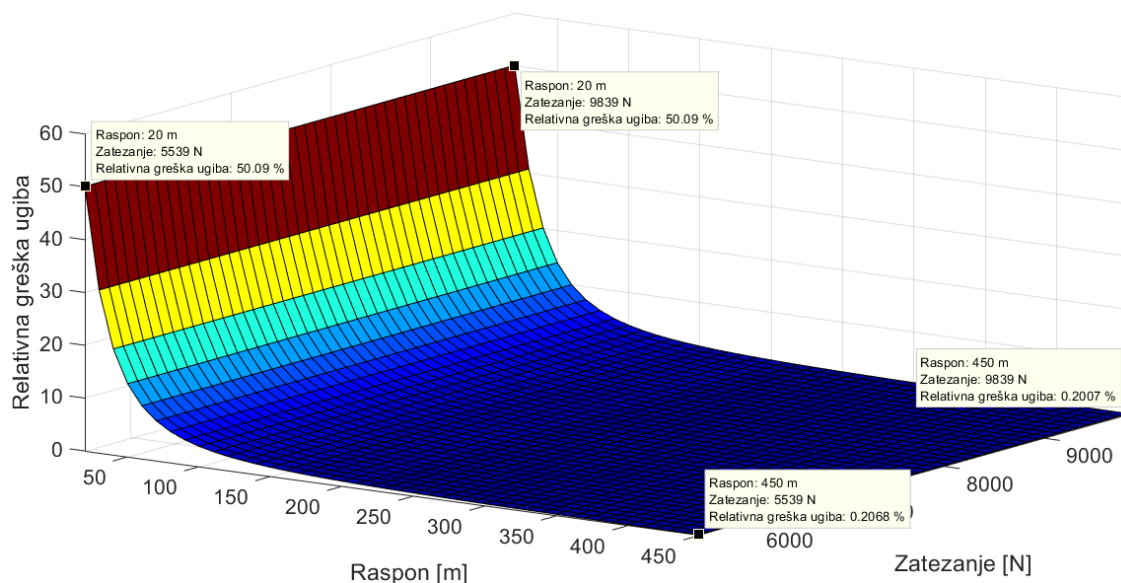
Slika 3.26: Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 220 kV naponskom nivou

Na slici 3.27 prikazan je grafik zavisnosti relativne greške ugiba od raspona i vrijednosti graničnih raspona za četiri nivoa greške. Kao i u slučaju grafika sa slike 3.26, ova kriva je eksponencijalnog karaktera i smanjuje se sa povećanjem raspona.



Slika 3.27: Granični rasponi na 220 kV naponskom nivou

Na slici 3.28 dat je grafik relativne greške ugiba u funkciji od raspona i sile zatezanja.



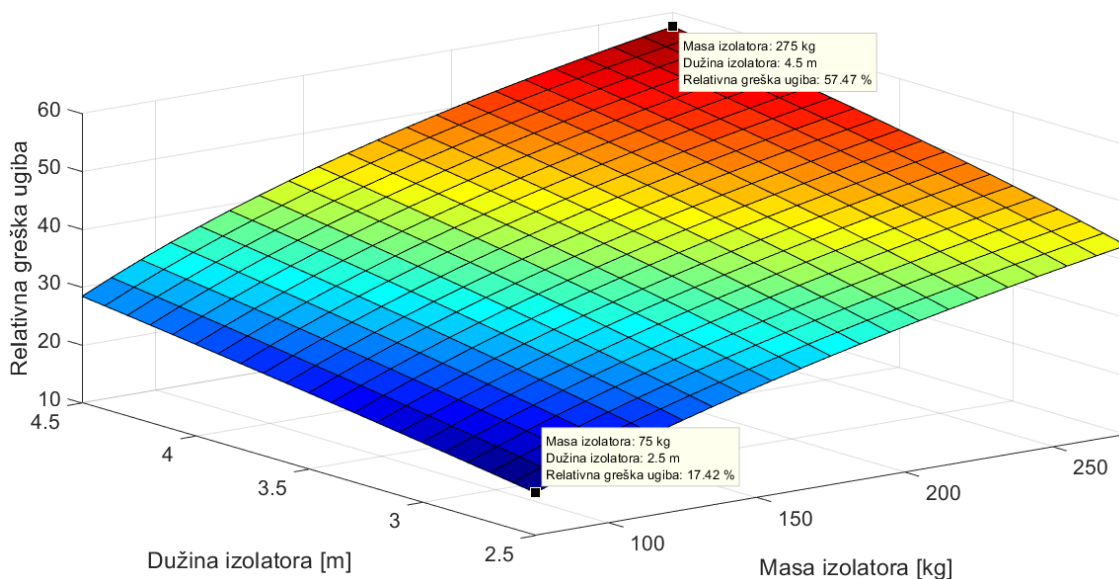
Slika 3.28: Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 220 kV naponskom nivou

Vrijednosti graničnih raspona i odgovarajuće relativne greške ugiba su date u tabeli 3.5.

Jednostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	61	9.7447
5	88	4.9363
3	115	2.9544
1	201	0.9927
Dvostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	85	9.7961
5	123	4.939
3	160	2.9858
1	281	0.9997

Tabela 3.5: Granični rasponi i nivoi greške na 220 kV naponskom nivou

Na slici 3.29 dat je 3D grafik zavisnosti relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za raspon od 45 m. Ostali parametri su identični parametrima iz prethodnih proračuna. Opseg parametara je od 75 kg do 275 kg za masu izolatora, sa korakom od 10 kg, i 2.5 m do 4.5 m za dužinu izolatora, sa korakom od 0.1 m.



Slika 3.29: Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 220 kV naponskom nivou

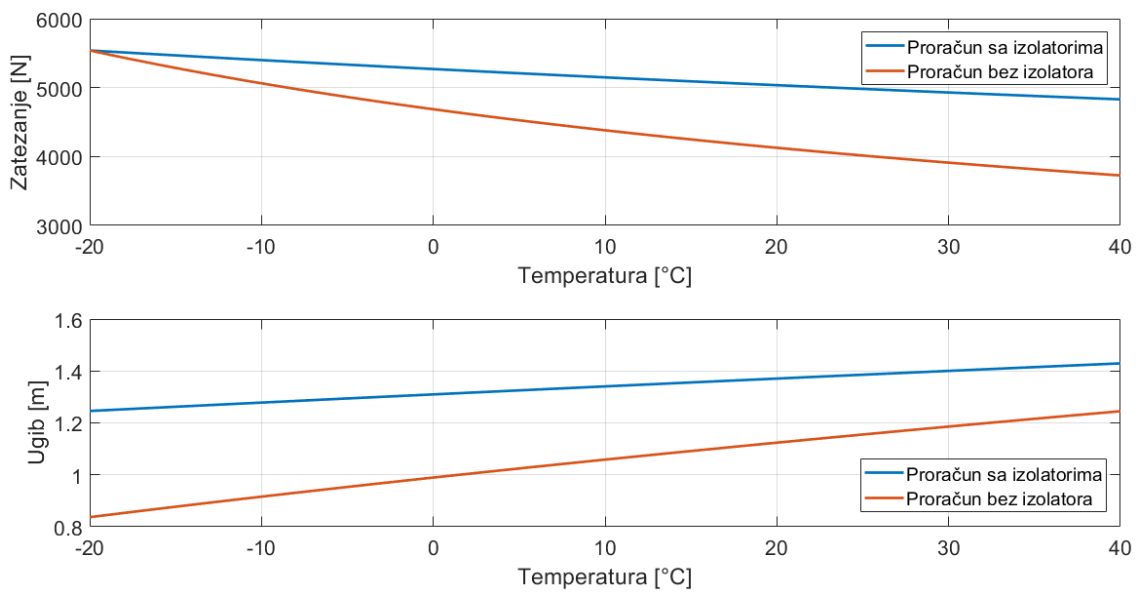
Relativna greška ugiba je najmanja za najmanje vrijednosti mase i dužine izolatora i iznosi 17.42% za masu izolatora 75 kg i dužinu izolatora 2.5 m, a najveća za maksimalnu vrijednost mase i dužine izolatora i iznosi 57.47% za masu izolatora 275 kg i dužinu izolatora 4.5 m. Povećanjem mase izolatora sa 75 kg na 275 kg i dužine izolatora sa 2.5 m na 4.5 m, greška se povećava 3.3 puta.

3.3 400 kV naponski nivo

Kao i u slučaju 220 kV naponskog nivoa, za proračun uticaja fleksibilnih izolatora na mehanički proračun nadzemnih vodova na 400 kV naponskom nivou korišćeni su parametri provodnika Al/Fe 490/65 mm^2 (ACSR 490/65) dati u tabeli 3.4.

Odabran je kapasti stakleni izolator tipa U210B visine 170 mm i mase 7.2 kg. Proračun je izveden za jednostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom (19 kapa) dužine 3.23 m i mase 136.8 kg i za dvostruki izolatorski lanac sa električno pojačanom izolacijom dužine 3.23 m i ukupne mase 273.6 kg.

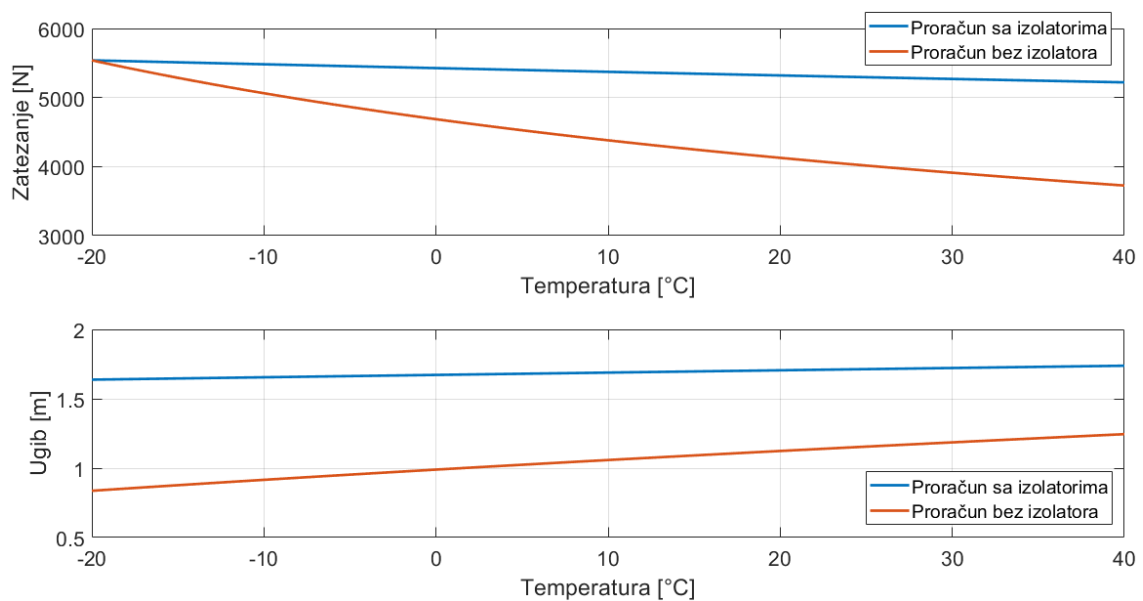
Na slici 3.1 date su montažne krive za opseg temperature od $-20^{\circ}C$ do $40^{\circ}C$ za raspon od 45 m u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora.



Slika 3.30: Montažne krive (jednostruki izolatorski lanac na 400 kV naponskom nivou)

Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 4830 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 3726 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 1.246 m i 0.8369 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.4091 m, odnosno 32.83%. Ugib u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora je veći od ugiba u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora na cijelom opsegu temperature.

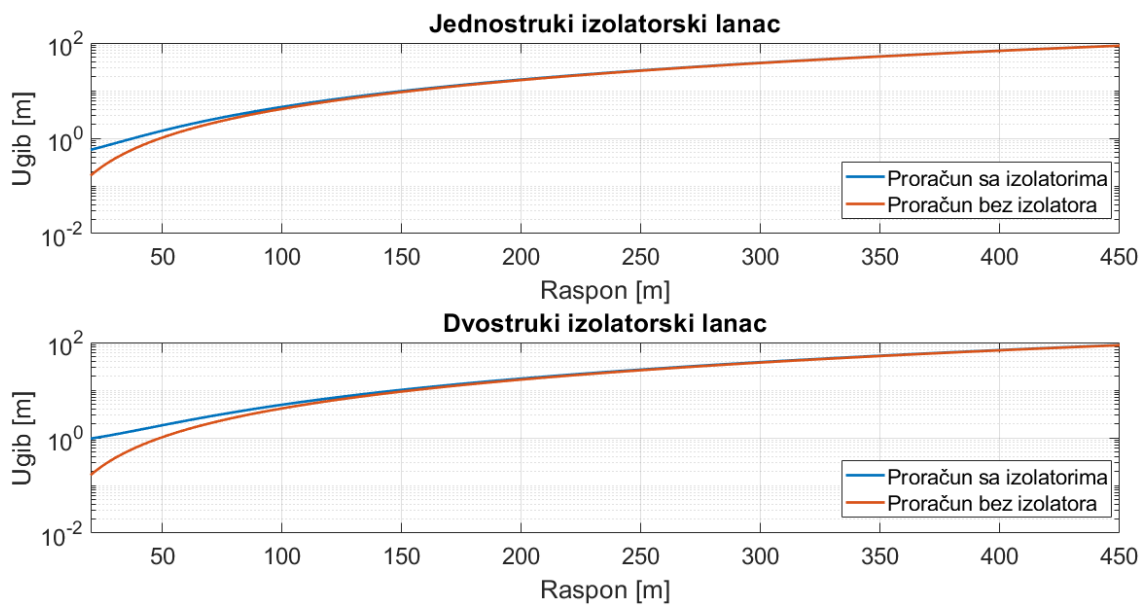
Na slici 3.31 date su montažne krive za opseg temperature od -20°C do 40°C za raspon od 45 m sa dvostrukim fleksibilnim izolatorskih lancima na oba kraja u proračunu sa i bez obuhvaćenih zateznih izolatora.



Slika 3.31: Montažne krive (dvostruki izolatorski lanac na 400 kV naponskom nivou)

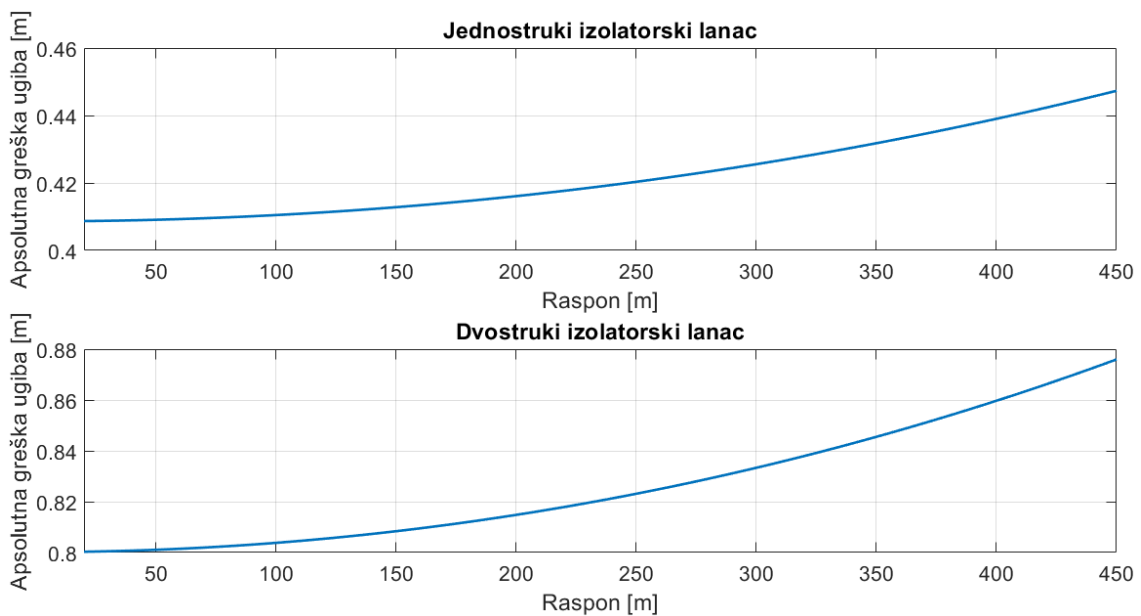
Maksimalna vrijednost horizontalne komponente sile zatezanja se javlja na temperaturi -20°C i postepeno opada do temperature 40°C kada dostiže vrijednost 5220 N u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora i 3726 N u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora. Ugib na početnoj temperaturi sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora iznosi 1.638 m i 0.8369 m, respektivno. Greška ugiba u ovom slučaju iznosi 0.8011 m, odnosno 48.91%. Ugib u proračunu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora je veći od ugiba u proračunu bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora na cijelom opsegu temperature. Ugib u slučaju dvostrukog izolatorskog lanca je veći za 0.392 m u odnosu na ugib u slučaju jednostrukog izolatorskog lanca.

Sa ciljem određivanja graničnog raspona urađen je proračun ugiba za opseg raspona od 20 m do 450 m u proračunu sa i bez obuhvaćenog uticaja zateznih izolatora za jednostruki izolatorski lanac i dvostruki izolatorski lanac i rezultati su prikazani na slici 3.32. Na grafiku je data logaritamska skala.



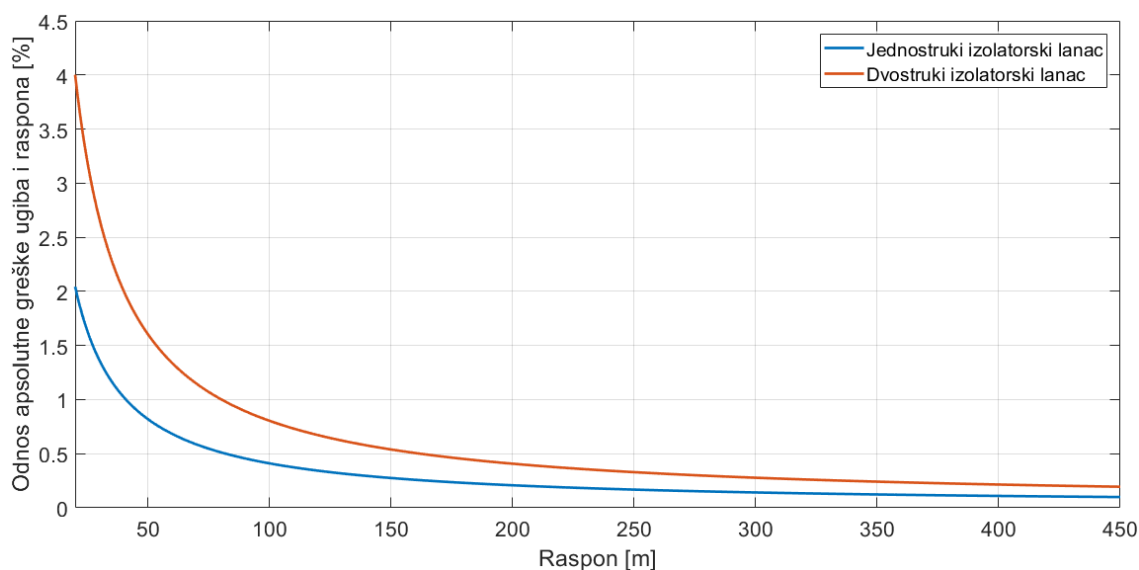
Slika 3.32: Ugib u funkciji od raspona na 400 kV naponskom nivou

Na slici 3.33 je data apsolutna vrijednost greške ugiba u oba slučaja. Greška se neznatno povećava povećanjem raspona sa 20 m na 450 m (praktično je konstantna).



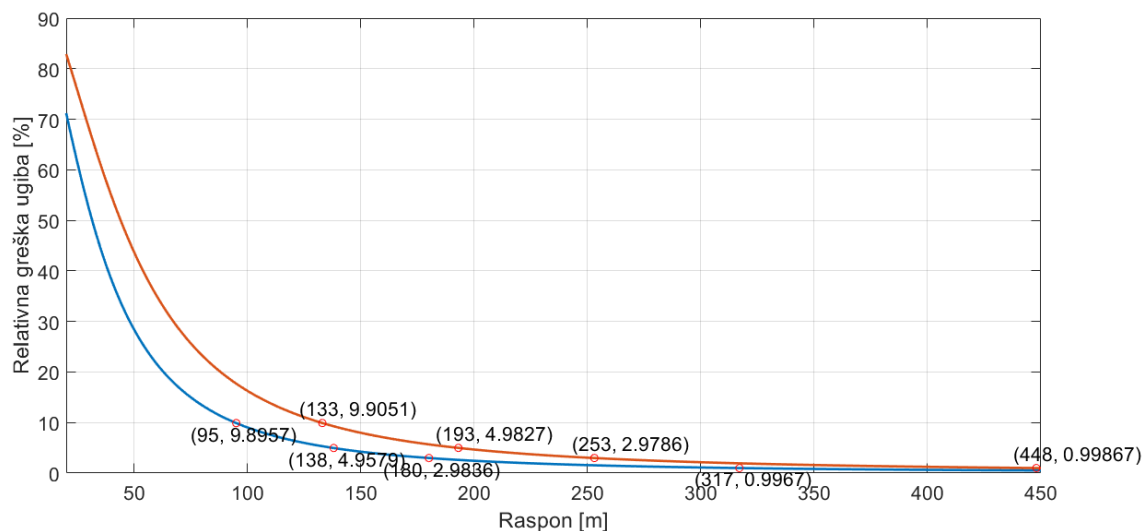
Slika 3.33: Apsolutna greška ugiba na 400 kV naponskom nivou

Na slici 3.34 je dat odnos apsolutne greške ugiba i raspona. Uočava se da ovaj odnos opada sa povećanjem raspona po eksponencijalnom zakonu.



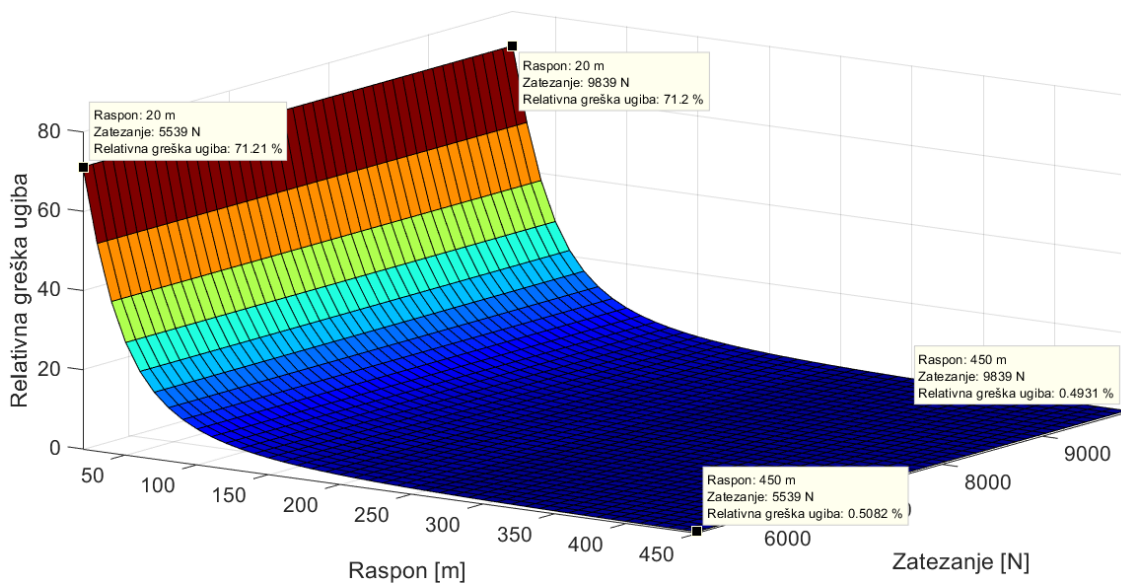
Slika 3.34: Apsolutna greška ugiba u procentima raspona na 400 kV naponskom nivou

Na slici 3.35 prikazan je grafik zavisnosti relativne greške ugiba od raspona i vrijednosti graničnih raspona za četiri nivoa greške. Kao i u slučaju grafika sa slike 3.34, ova kriva je eksponencijalnog karaktera i smanjuje se sa povećanjem raspona.



Slika 3.35: Granični rasponi na 400 kV naponskom nivou

Na slici 3.36 dat je grafik relativne greške ugiba u funkciji od raspona i sile zatezanja.



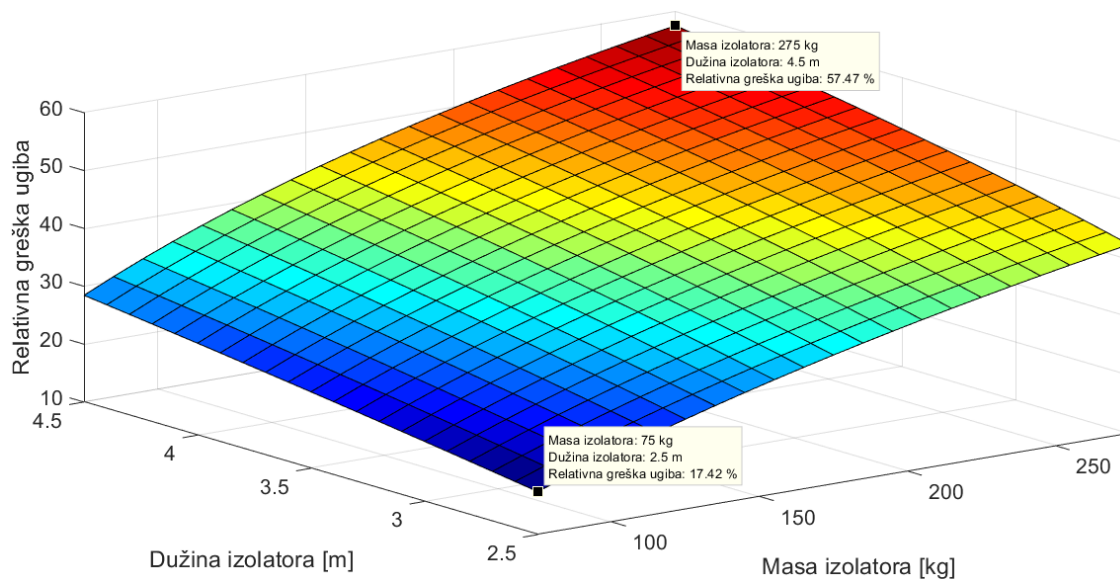
Slika 3.36: Zavisnost relativne greške ugiba od raspona i sile zatezanja na 400 kV naponskom nivou

Vrijednosti graničnih raspona i odgovarajuće greške su date u tabeli 3.6.

Jednostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	95	9.8957
5	138	4.9579
3	180	2.9836
1	317	0.9967
Dvostruki izolatorski lanac		
Dozvoljena greška [%]	Granični raspon [m]	Stvarna greška [%]
10	133	9.9051
5	193	4.9827
3	253	2.9786
1	448	0.9987

Tabela 3.6: Granični rasponi i nivoi greške na 400 kV naponskom nivou

Na slici 3.37 dat je 3D grafik zavisnosti relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora za raspon od 45 m. Ostali parametri su identični parametrima iz prethodnih proračuna. Opseg parametara je od 75 kg do 275 kg za masu izolatora, sa korakom od 10 kg, i 2.5 m do 4.5 m za dužinu izolatora, sa korakom od 0.1 m.

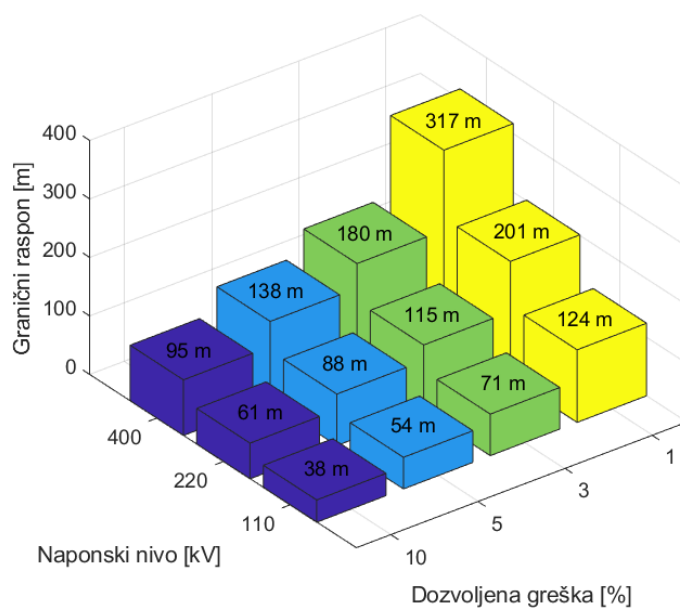


Slika 3.37: Zavisnost relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora na 400 kV naponskom nivou

Relativna greška ugiba je najmanja za najmanje vrijednosti mase i dužine izolatora i iznosi 17.42% za masu izolatora 75 kg i dužinu izolatora 2.5 m, a najveća za maksimalnu vrijednost mase i dužine izolatora i iznosi 57.47% za masu izolatora 275 kg i dužinu izolatora 4.5 m. Povećanjem mase izolatora sa 75 kg na 275 kg i dužine izolatora sa 2.5 m na 4.5 m, greška se povećava 3.3 puta.

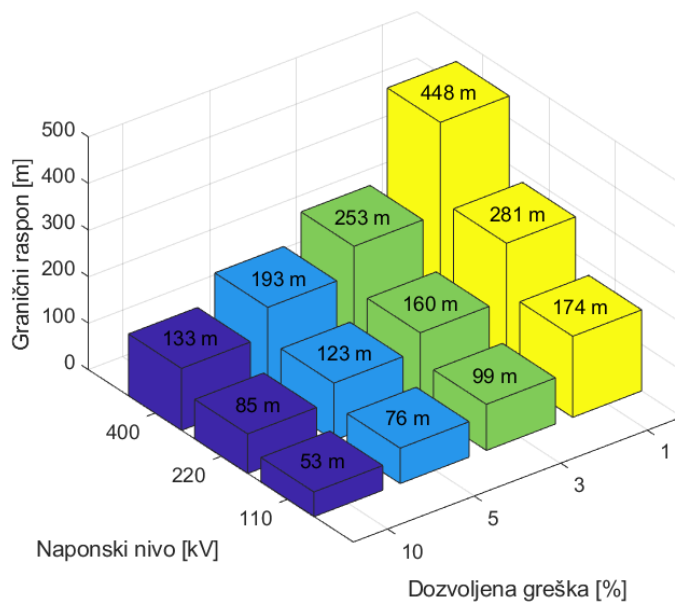
3.4 Grafički prikaz rezultata

Na slici 3.38 prikazani su granični rasponi za slučaj jednostrukog fleksibilnog izolatorskog seta na svim naponskim nivoima.



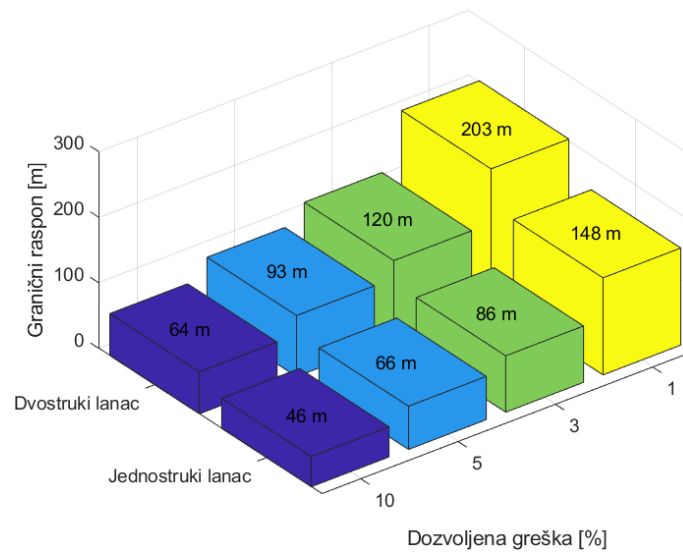
Slika 3.38: Granični rasponi na svim naponskim nivoima (jednostruki izolatorski lanac)

Na slici 3.39 prikazani su granični rasponi za slučaj dvostrukog fleksibilnog izolatorskog seta na svim naponskim nivoima.



Slika 3.39: Granični rasponi na svim naponskim nivoima (dvostruki izolatorski lanac)

Na slici 3.40 prikazani su granični rasponi za slučaj jednostrukog i dvostrukog krutog izolatorskog lanca na 110 kV naponskom nivou.



Slika 3.40: Granični rasponi na 110 kV naponskom nivou

4 Zaključak

U ovom radu je detaljno obrađen matematički model za mehanički proračun nadzemnih vodova i izvršeno poređenje klasičnog pristupa mehaničkom proračunu nadzemnih vodova i pristupa sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora. Može se zaključiti da zanemarivanje uticaja zateznih izolatora na mehanički proračun nadzemnih vodova, odnosno na ugib i naprezanje, unosi grešku u proračun usljed veće mase izolatora od mase provodnika i da ta greška zavisi od raspona. Pritom treba razlikovati dva tipa izolatora: krute (štapne) i fleksibilne (kapaste) izolatore. Pokazuje se da je ugib u pristupu sa obuhvaćenim uticajem zateznih izolatora veći od ugiba u klasičnom pristupu mehaničkom proračunu nadzemnih vodova. Takođe, pokazuje se i da je ugib u slučaju kapastih izolatora nešto veći u odnosu na ugib u slučaju štapnih izolatora sa istim parametrima (masa i dužina).

Sa ciljem određivanja graničnih raspona za različite nivoe dozvoljene greške, izvršen je proračun ugiba za tri naponska nivoa (110 kV, 220 kV i 400 kV) u funkciji od raspona. Na sva tri naponska nivoa, odnosno za odgovarajuće parametre, se u mehanički proračun nadzemnih vodova unosi određeni nivo greške zanemarivanjem uticaja zateznih izolatora na ugib i naprezanje. Da bi ova greška bila prihvatljiva (u zavisnosti od dozvoljene greške) za odabrane parametre, raspon (kao jedina promjenljiva u proračunu) mora imati vrijednosti veću od 38 m u proračunima na sva tri naponska nivoa za dozvoljenu grešku od 10%. Granični raspon dostiže vrijednost od čak 448 m na 400 kV naponskom nivou za dvostruki stakleni izolatorski lanac dužine 3.23 m i mase 273.6 kg i provodnik Al/Fe 490/65 i za dozvoljenu grešku od 1%. Važno je napomenuti da u proračunima nije razmatrano da li je realna pojava velikih raspona i ugiba. Takođe, u radu je obrađena i prikazana zavisnost relativne greške ugiba od dva parametra zateznih izolatora koji ulaze u mehanički proračun nadzemnih vodova (masa i dužina izolatora) i zaključeno je da je ta greška najveća za najveće vrijednosti mase i dužine izolatora.

Dalje unaprijeđenje ovog rada je moguće postići: razvijanjem matematičkog modela koji uzima u obzir provodnike u snopu čija je upotreba zastupljena na višim naponskim nivoima, razvijanjem matematičkog modela za kose raspone sa zateznim izolatorima na oba kraja (npr. u slučaju NEEV koji prolaze kroz strma planinska područja), obuhvatanjem uticaja koncentrisanog opterećenja duž raspona (npr. odstojnici), itd. Posebnu pažnju treba posvetiti mehaničkom proračunu nadzemnih vodova za cijelo zatezno polje sa zateznim izolatorima na samim krajevima zateznog polja i visećim izolatorima na ostalim stubovima. Usljed promjene temperature, u zateznim poljima sa nejednakim rasponima dolazi do pomjeranja visećeg izolator-

skog lanca iz vertikalnog položaja ka rasponu sa većom horizontalnom komponentom sile zatezanja [8] [32]. Time se horizontalna komponenta sile zatezanja ne povećava kao u slučaju fiksnih tačaka vješanja provodnika na stubove, ali dolazi do povećanja ugiba [8].

Literatura

- [1] Wendong Wei, X.D. Wu, Xiaofang Wu, Qiangmin Xi, Xi Ji, and Guoping Li. Regional study on investment for transmission infrastructure in china based on the state grid data. *Frontiers of Earth Science*, 11, 2016.
- [2] J. Quintana, V. Garza, and C. Zamudio. Sag-tension calculation program for power substations. Florence, 2016.
- [3] Sunita Malhara and Vijay Vittal. Monitoring sag and tension of a tilted transmission line using geometric transformation. Calgary, 2009. IEEE.
- [4] Oluwajobi F. I., Ale O. S., and Ariyanninuola A. Effect of sag on transmission line. *Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences (JETEAS)*, 3, 2012.
- [5] M. Ostojić, Ž. Redžepagić, and B. Ostojić. Lančaniće, ugibi, sile i naprežanja u zateznom polju nadzemnog voda. Igalo, 2005. CIGRE.
- [6] L. L. Grigsby. *Electric Power Generation, Transmission, and Distribution*. CRC Press, Boca Raton, 2 edition, 2007.
- [7] Surya Santoso and H. Wayne Beaty. *Standard Handbook for Electrical Engineers*. McGraw Hill LLC, New York, 17 edition, 2018.
- [8] Ulf Kaintzyk, Peter Nefzger, Joao Felix Nolasco, and Friedrich Kießling. *Overhead Power Lines: Planning, Design, Construction*. Springer, Cambridge MA, 1 edition, 2003.
- [9] Vanja Travaš and Ivica Kožar. Statička i dinamička analiza prostorne lančaniće. *Građevinar*, 60, 2008.
- [10] Sag-tension calculation methods for overhead lines. Available at <https://www.slideshare.net/PowerSystemOperation/sagtension-calculation-methods-for-overhead-lines>, (2023/04/15), 2016.
- [11] A. Hatibović. Derivation and analysis of the relation between conductor sags in inclined and levelled spans based on known data of the latter. pages 1–8, Paris, France, 2014. 45th International Conference on Large High Voltage Electric Systems (CIGRÉ 2014).

- [12] A. Polevoy. Impact of data errors on sag calculation accuracy for overhead transmission line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 29 (5), 2014.
- [13] Radmilo Mitrić, Marko Šilj, and Nada Cincar. Proračun vertikalnih sila, razmaka u sredini raspona i crtanje lančanice provodnika kod nadzemnih distributivnih vodova. *Infoteh-Jahorina*, 14, 2015.
- [14] Alen Hatibović. Derivation of equations for conductor and sag curves of an overhead line based on a given catenary constant. *Periodica Polytechnica*, 58, 2014.
- [15] Dr. Drang. Catenaries, parabolas, and ropes. Available at <https://leancrew.com/all-this/2022/03/catenaries-parabolas-and-ropes/> (2022/11/16).
- [16] H. B. Dwight. Sag calculations for transmission lines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 45, 1926.
- [17] Ridley Thrash, Amy Murrah, Mark Lancaster, and Kim Nuckles. *Overhead Conductor Manual*. Southwire, Carrollton, 2 edition, 2007.
- [18] Jordi-Roger Riba, Santiago Bogarra, Álvaro Gómez-Pau, and Manuel Moreno-Eguilaz. Upgrading of transmission lines by means of htls conductors for a sustainable growth: Challenges, opportunities, and research needs. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 134, 2020.
- [19] M. T. Bedialauneta, E. Fernandez, I. Albizu, A. J. Mazon, and K. J. Sagastabestia. Factors that affect the sag-tension model of an overhead conductor. pages 1–6, Grenoble, France, 2013. 2013 IEEE Grenoble Conference.
- [20] E. Mateescu, D. Marginean, G. Florea, S. Gal, and C. Matea. Reconductoring using htls conductors. case study for a 220 kv double circuit transmission line in romania. pages 1–7, Providence, 2011. IEEE PES 12th International Conference on Transmission and Distribution Construction, Operation and Live-Line Maintenance (ESMO).
- [21] Saroj Shrestha and Ajay Kumar Jha. Upgrading of existing transmission lines in nepal using high capacity conductors. Kathmandu, 2017. IOE Graduate Conference.
- [22] Ajay Kumar Jha and Saroj Shrestha. Application of high capacity conductors for upgrading of existing transmission lines in nepal. *JournalNX*, 4 (8):32–37, 2018.

- [23] A. Alawar, E.J. Bosze, and S.R. Nutt. A composite core conductor for low sag at high temperatures. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20 (3):2193–2199, 2005.
- [24] J-Power Systems Corp. Gap type thermal-resistant aluminum alloy conductor steel reinforced” (gtacsr) and gap type super thermal-resistant aluminum alloy conductor steel reinforced (gztacsr). Available at https://www.jpowers.co.jp/english/product/pdf/gap_c1.pdf (2023/04/14).
- [25] Hammami Inès and Faouzi Ben Ammar. Multi-criteria decision making for reconductoring overhead lines. pages 53–58, Monastir, Tunisia, 2020. 2020 17th International Multi-Conference on Systems, Signals Devices (SSD).
- [26] Ruiyong Zhang, Xinyu Zhao, Guohui Shen, and Jianfeng Yao. Finite element simulation of wire’s sag considering tension insulator string. *Energy Reports*, 8 (2), 2022.
- [27] Milenko Đurić and Veselin Ilić. *Visokonaponska razvodna postrojenja*. Pegaz, Bijelo Polje, 2010.
- [28] J. Bradbury, G.F. Kuska, and D.J. Tarr. Sag and tension calculations for mountainous terrain. *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*, 129, 1982.
- [29] Ruiyong Zhang, Jinke Li, Xinyu Zhao, and Cheng Yao. Study on the sag of ultra high voltage conductor with large-tonnage tension insulator string. *Energy Reports*, 8 (7), 2022.
- [30] Gojko Dotlić. *Elektroenergetika kroz standarde, zakone, pravilnike, odluke i tehničke preporuke*. Savez mašinskih i elektrotehničkih inženjera i tehničara Srbije (SMEITS), Beograd, 3 edition, 2004.
- [31] Milenko Đurić and Željko Đurišić. Mehanički proračun užastih sabirnica. Zlatibor, 2003. CIGRE.
- [32] A. Polevoy. Calculation of sag changes caused by conductor beating with consideration of insulator string deviation in a transmission line section. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 13, 1998.

U nastavku je prikazan programski kôd kreiran u programskom okruženju MATLAB, verzija R2017B, koji je korišten za proračune u ovom radu. Usljed velikog obima datog kôda, za dobijanje identičnih grafika iz ovog rada je neophodno modifikovati kôd u zavisnosti od potreba korisnika.

```

1 a=25;
2 pocetni_rasponi=a;
3 ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima=zeros(1,length(a));
4 ugib_za_sve_raspone_bez_izolatora=zeros(1,length(a));
5 apsolutna_greska_ugiba_za_sve_raspone=zeros(1,length(a));
6 relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_raspon=zeros(1,length(a));
7 relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib=zeros(1,length(a));
8
9 % Petlja za obradu opsega raspona
10 for p=1:length(a)
11     % Ulazni podaci:
12     dozvoljena_greska=[10 5 3 1]; % Dozvoljena greka ugiba u procentima
13     h=0; % Visinska razlika izmedju tacaka vjesanja [m]
14     mc=0.987; % Masa po jedinici duzine [kg/m]
15     S=282.5; % Presjek provodnika [mm^2]
16     E=77e3; % Modul elasticnosti [N/mm^2]
17     eT=18.9e-6; % Koeficijent linearnog rastezanja [1/K]
18     H1=2825; % Horizontalna komponenta sile zatezanja [N]
19     g=9.81; % Gravitaciono ubrzanje [m/s^2]
20     Jk1=45; % Masa izolatora bez leda [kg]
21     Jk2=Jk1; % Masa izolatora sa ledom [kg]
22     Lk=1.305; % Duzina izolatora [m]
23     T1=-20; % Pocetna temperatura [C]
24     visina=5; % Visina tacaka vjesanja u odnosu na tlo (iskljucivo za sliku) [m]
25
26     Gk1=Jk1*g; % Tezina izolatora bez leda [N]
27     Gk2=Jk2*g; % Tezina izolatora sa ledom [N]
28     c1=H1/mc/g; % Konstanta [m]
29     a_pocetno=a(1,p); % Pocetna vrijednost raspona [m]
30
31     % Iterativni postupak za odredjivanje pomjeraja izolatora za pocetnu temperaturu
32     deltaAStaro=0; % Uslov za zavrsetak iterativnog postupka je razlika nove i stare
           vrijednosti
33     deltaHStaro=0; % tako da stare vrijednosti moraju biti sacuvane. U pocetnom trenutku su
           jednake 0 m
34
35     br=0; % Broj iteracija
36     while 1
37         br=br+1;
38         xA=-a(1,p)/2;
39         V1=Gk1/2-H1*sinh(mc*g*xA/H1);

```

```

40     V2=Gk1/2+H1*sinh(mc*g*(a(1,p)+xA)/H1);
41     delta1=H1*Lk/sqrt(V1^2+H1^2);
42     delta2=-H1*Lk/sqrt(V2^2+(-H1)^2);
43     epsilon1=(1-V1/sqrt(V1^2+H1^2))*Lk;
44     epsilon2=(1-V2/sqrt(V2^2+(-H1)^2))*Lk;
45     deltaA=delta2-delta1;
46     deltaH=epsilon2-epsilon1;
47     a(1,p)=a(1,p)+deltaA-deltaAStaro;
48     if (abs(deltaA-deltaAStaro)<1e-3 && abs(deltaH-deltaHStaro)<1e-3)
49         break
50     else
51         deltaAStaro=deltaA;
52         deltaHStaro=deltaH;
53     end
54 end
55
56 % Lancanica u proracunu sa izolatorima
57 rezolucija =1000; % Broj tacaka po 1 m raspona
58 broj_tacaka_2=floor( rezolucija *a(1,p))+1; % Broj tacaka
59 y1=zeros(1,broj_tacaka_2);
60 x1=zeros(1,broj_tacaka_2);
61 for i=1:broj_tacaka_2
62     x1(1,i)=xA+(i-1)/rezolucija;
63     y1(1,i)=c1.*cosh(mc*g.*x1(1,i)/H1);
64 end
65
66 % Lancanica u proracunu bez izolatora i jednacina poloza ja izolatora
67 % (potrebna za crtanje greske lan?anice)
68 broj_tacaka_1=floor( rezolucija *a_pocetno)+1; % Rezolucija 1 mm
69 y2=zeros(1,broj_tacaka_1);
70 x2=zeros(1,broj_tacaka_1);
71 y_izolatori =zeros(1,broj_tacaka_1); % Lancanica sa izolatorima
72
73 for i=1:broj_tacaka_1
74     x2(1,i)=-a_pocetno/2+(i-1)/rezolucija;
75     y2(1,i)=c1.*cosh(mc*g.*x2(1,i)/H1);
76     if (i<=round(delta1,3)*rezolucija+1)
77         y_izolatori (1,i)=visina+(-Lk+epsilon1)/delta1.*(x2(1,i)-x2(1,1));
78     elseif (i>=broj_tacaka_1-(round(delta1,3)*rezolucija+1))
79         y_izolatori (1,i)=visina-Lk+epsilon1+(Lk-epsilon1)/delta1.*(x2(1,i)+x2(1,1)+
80             delta1);
81     else
82         y_izolatori (1,i)=y1(1,i-(round(delta1,3)*rezolucija+1))-(y1(1,1)+Lk-epsilon1)+
83             visina;
84     end
85 end

```

```

84     y2=y2+(y1(1,1)+Lk-epsilon1-y2(1,1)); % Korigovanje lancanice bez izolatora tako da se
      nalazi u tacki vjeanja
85
86     figure(1);
87     plot(x1,y1-(y1(1,1)+Lk-epsilon1)+visina,'g', 'LineWidth', 2); % Lancanica sa izolatorima
      pri pocetnoj temperaturi
88     hold on;
89     plot([x1(1),x1(1)-delta1],[y1(1)-(y1(1)+Lk-epsilon1)+visina,y1(1)+Lk-epsilon1-(y1(1)
      +Lk-epsilon1)+visina],'k', 'LineWidth', 2); % Zatezni izolator stub 1
90     hold on;
91     plot([x1(broj_tacaka_2),x1(broj_tacaka_2)-delta2],[y1(broj_tacaka_2)-(y1(1)+Lk-epsilon1)
      +visina,y1(broj_tacaka_2)+Lk-epsilon2-(y1(1)+Lk-epsilon1)+visina],'k', 'LineWidth',
      2); % Zatezni izolator stub 2
92     hold on;
93     plot(x2,y2-(y1(1,1)+Lk-epsilon1)+visina, 'r', 'LineWidth', 2); % Lancanica bez izolatora
      pri pocetnoj temperaturi
94     hold on;
95     axis equal;
96     ylim([2,6]);
97     xlim([-a_pocetno/2,a_pocetno/2]);
98     xlabel('x [m]');
99     ylabel('y [m]');
100    grid on;
101    legend(strcat('Lan',char(269),'anica sa izolatorima'),'Zatezni izolator 1','Zatezni
      izolator 2', strcat('Lan',char(269),'anica bez izolatora'),'Location','southeast');
102    set(gca,'FontSize', 18);
103
104    % Crtanje apsolutne greske ugiba u rasponu
105    figure(2);
106    plot(x2,y2-(y1(1,1)+Lk-epsilon1)+visina-y_izolatori, 'LineWidth', 2);
107    hold on;
108    grid on;
109    xlim([-a_pocetno/2,a_pocetno/2]);
110    ylim([0,1.5*max(y2-(y1(1,1)+Lk-epsilon1)+visina-y_izolatori)]); % Korigovana visina
111    xlabel(strcat('x [m]'));
112    ylabel('Apsolutna greka ugiba [m]');
113    set(gca,'FontSize', 18);
114
115    %   Jednacina stanja
116    zatezanje_sa_izolatorima=zeros(1,61); % Niz za zatezanje
117    zatezanje_bez_izolatora=zeros(1,61); % Niz za zatezanje bez izolatora
118    ugib=zeros(1,61); % Niz za ugib
119    ugib_bez_izolatora=zeros(1,61); % Niz za ugib bez izolatora
120    nizDelta=zeros(1,61); % Niz otklona izolatora po x osi za sve T
121    nizEpsilon=zeros(1,61); % Niz otklona izolatora po y osi za sve T
122    i=1;

```

```

123   for T2=-20:40
124       % Proracun bez uticaja zateznih izolatora (lancanica)
125       syms H2;
126       H2=vpasolve(H2^2*(H2-H1+E*S*(a_pocetno*mc*g)^2/24/H1^2+E*S*eT*(T2-T1))-
127           E*S*(a_pocetno*mc*g)^2/24==0, H2);
128       H2=H2(real(H2)>0 & imag(H2)==0);
129       zatezanje_bez_izolatora (1, i)=H2;
130       ugib_bez_izolatora (1, i)=H2/mc/g*(cosh(mc*g*a_pocetno/2/H2)-1);
131
132   syms H2;
133   %   Kruti izolatori
134   H2=vpasolve(H2^2*(H2-H1+E*S/H1^2*...
135       ((mc*g)^2*(a_pocetno-2*Lk)*(a_pocetno+4*Lk)/24+Gk1*mc*g*Lk/2+Gk1^2*Lk/4/(
136           a_pocetno-2*Lk))+...
137       E*S*eT*(T2-T1))-...
138       E*S*((mc*g)^2*(a_pocetno-2*Lk)*(a_pocetno+4*Lk)/24+Gk2*mc*g*Lk/2+Gk2^2*Lk
139           /4/(a_pocetno-2*Lk))==0, H2);
140   %   Fleksibilni izolatori
141   H2=vpasolve(H2^2*(H2-H1+E*S*eT*(T2-T1)...
142       +E*S/H1^2*((mc*g)^2*a_pocetno^2/24+Gk1*mc*g*Lk/2+Gk1^2*Lk/(3*a_pocetno)))
143       ...
144       -E*S*((mc*g)^2*a_pocetno^2/24+Gk2*mc*g*Lk/2+Gk2^2*Lk/(3*a_pocetno))==0,
145       H2);
146   H2=H2(real(H2)>0 & imag(H2)==0);
147   deltaAStaro=0;
148   deltaHStaro=0;
149   a(1,p)=a_pocetno;
150   while 1
151       xA=-a(1,p)/2;
152       V1=Gk1/2-H2*sinh(mc*g*xA/H2);
153       V2=Gk1/2+H2*sinh(mc*g*(a(1,p)+xA)/H2);
154       delta1=H2*Lk/sqrt(V1^2+H2^2);
155       delta2=-H2*Lk/sqrt(V2^2+(-H2)^2);
156       epsilon1=(1-V1/sqrt(V1^2+H2^2))*Lk;
157       epsilon2=(1-V2/sqrt(V2^2+(-H2)^2))*Lk;
158       deltaA=delta2-delta1;
159       deltaH=epsilon2-epsilon1;
160       a(1,p)=a(1,p)+deltaA-deltaAStaro;
161       if (abs(deltaA-deltaAStaro)<1e-3 && abs(deltaH-deltaHStaro)<1e-3)
162           break
163       else
164           deltaAStaro=deltaA;
165           deltaHStaro=deltaH;
166       end
167   end
168   nizDelta(1, i)=delta1;

```

```

164     nizEpsilon(1,i)=Lk-epsilon1;
165     zatezanje_sa_izolatorima(1,i)=H2;
166     ugib(1,i)=V1/H2*Lk/sqrt(1+(V1/H2)^2)+H2/(mc*g)*(cosh(mc*g*a(1,p)/(2*H2))-1);
           % Kruti izolatori
167 %     ugib(1,i)=H2/(mc*g)*(cosh(sqrt((mc*g*pocetni_rasponi(1,p))^2/(4*H2^2)+(mc*g*Lk
           )^2/H2^2+mc*g*Gk1*Lk/H2^2))-1); % Fleksibilni izolatori
168     i=i+1;
169 end
170
171     ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima(1,p)=V1/H1*Lk/sqrt(1+(V1/H1)^2)+H1/(mc*g)*(cosh(
           mc*g*a(1,p)/(2*H1))-1); % Kruti izolatori
172 %     ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima(1,p)=H1/(mc*g)*(cosh(sqrt((mc*g*pocetni_rasponi(1,
           p))^2/(4*H1^2)+(mc*g*Lk)^2/H1^2+mc*g*Gk1*Lk/H1^2))-1); % Fleksibilni izolatori
173     ugib_za_sve_raspone_bez_izolatora(1,p)=H1/(mc*g)*(cosh(mc*g*pocetni_rasponi(1,p)/(2*H1
           ))-1);
174     apsolutna_greska_ugiba_za_sve_raspone(1,p)=ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima(1,p)-
           ugib_za_sve_raspone_bez_izolatora(1,p);
175     relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_raspon(1,p)=
           apsolutna_greska_ugiba_za_sve_raspone(1,p)/pocetni_rasponi(1,p)*100;
176     relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1,p)=
           apsolutna_greska_ugiba_za_sve_raspone(1,p)/ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima(1,p)
           *100;
177
178     figure(3);
179     subplot(2,1,1);
180     plot(-20:40,zatezanje_sa_izolatorima, 'LineWidth',2);
181     hold on;
182     plot(-20:40,zatezanje_bez_izolatora, 'LineWidth',2);
183     hold on;
184     grid on;
185     xlabel(strcat('Temperatura [',char(176),'C]'));
186     ylabel('Zatezanje [N]');
187     legend(strcat('Prora',char(269),'un sa izolatorima'),strcat('Prora',char(269),'un bez
           izolatora'));
188     set(gca,'FontSize',16);
189     subplot(2,1,2);
190     plot(-20:40,ugib, 'LineWidth',2);
191     hold on;
192     plot(-20:40,ugib_bez_izolatora, 'LineWidth',2);
193     hold on;
194     grid on;
195     xlabel(strcat('Temperatura [',char(176),'C]'));
196     ylabel('Ugib [m]');
197     legend(strcat('Prora',char(269),'un sa izolatorima'),strcat('Prora',char(269),'un bez
           izolatora'));
198     set(gca,'FontSize',16);

```

```

199
200     figure(13);
201     subplot(2,1,1);
202     plot(-20:40, nizDelta, 'LineWidth', 2);
203     grid on;
204     xlabel(strcat('Temperatura [',char(176),'C]'));
205     ylabel('Projekcija izolatora na x osu');
206     set(gca,'FontSize', 16);
207     subplot(2,1,2);
208     plot(-20:40, nizEpsilon, 'LineWidth', 2);
209     grid on;
210     xlabel(strcat('Temperatura [',char(176),'C]'));
211     ylabel('Projekcija izolatora na y osu');
212     set(gca,'FontSize', 16);
213
214     figure(14);
215     subplot(2,1,1);
216     plot(-12.5, 5, 'ro');
217     hold on;
218     plot([-12.5 -12.5+nizDelta(1)], [5 5-nizEpsilon(1)], 'LineWidth', 2);
219     hold on;
220     plot([-12.5 -12.5+nizDelta(61)], [5 5-nizEpsilon(61)], 'LineWidth', 2);
221     grid on;
222     axis equal;
223     xlabel('x [m]');
224     ylabel('y [m]');
225     ylim([4.7 5.1]);
226     xlim([-12.5 -11]);
227     title('Jednostruki izolatorski lanac');
228     legend(strcat(' Poloaj izolatora na -20',char(176),'C'), strcat(' Poloaj izolatora na 40
        ',char(176),'C'));
229     set(gca,'FontSize', 16);
230 end
231
232 if(length(a)>1)
233     indikator_granicnog_raspona=[0 0 0 0];
234     indeks_granicnog_raspona=[1 1 1 1];
235     granicni_raspon=[0 0 0 0];
236     for j=1:length(dozvoljena_greska)
237         for i=1:length(relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib)-1
238             if (relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1,i)>=
                dozvoljena_greska(j) &&
                relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1,i+1)<
                dozvoljena_greska(j))
239                 indeks_granicnog_raspona(j)=i+1;
240                 indikator_granicnog_raspona(j)=1;

```

```

241         end
242     end
243 end
244 for j=1:length(indikator_granicnog_raspona)
245     if (indikator_granicnog_raspona(j)==1)
246         granicni_raspon(j)=pocetni_rasponi(1,indeks_granicnog_raspona(j));
247     else
248         granicni_raspon(j)=pocetni_rasponi(1,1);
249     end
250 end
251
252 figure(4);
253 subplot(2,1,2);
254 set(gca, 'YScale', 'log');
255 plot(pocetni_rasponi, ugib_za_sve_raspone_sa_izolatorima, pocetni_rasponi,
      ugib_za_sve_raspone_bez_izolatora, 'LineWidth',2);
256 hold on;
257 grid on;
258 xlabel('Raspon [m]');
259 ylabel('Ugib [m]');
260 title('Dvostruki izolatorski lanac');
261 xlim([pocetni_rasponi(1,1), pocetni_rasponi(1, length(pocetni_rasponi))]);
262 legend(strcat('Prora',char(269),'un sa izolatorima'), strcat('Prora',char(269),'un bez
      izolatora'));
263 set(gca, 'FontSize', 18);
264 set(gca, 'YScale', 'log');
265
266 figure(5);
267 subplot(2,1,2);
268 plot(pocetni_rasponi, apsolutna_greska_ugiba_za_sve_raspone, 'LineWidth',2);
269 hold on;
270 grid on;
271 title('Dvostruki izolatorski lanac');
272 xlabel('Raspon [m]');
273 ylabel('Apsolutna greka ugiba [m]');
274 xlim([pocetni_rasponi(1,1), pocetni_rasponi(1, length(pocetni_rasponi))]);
275 set(gca, 'FontSize', 16);
276
277 figure(6);
278 plot(pocetni_rasponi, relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_raspon,'LineWidth
      ',2);
279 hold on;
280 grid on;
281 xlabel('Raspon [m]');
282 ylabel('Greka ugiba u odnosu na raspon [%]');
283 xlim([pocetni_rasponi(1,1), pocetni_rasponi(1, length(pocetni_rasponi))]);

```



```

284 set(gca, 'FontSize', 16);
285
286 figure(7);
287 plot(pocetni_rasponi, relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib, 'LineWidth'
      ,2);
288 hold on;
289 for j=1:length(granicni_raspon)
290     plot(pocetni_rasponi(1, indeks_granicnog_raspona(j)),
          relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1, indeks_granicnog_raspona
          (j)), 'ro');
291     text(pocetni_rasponi(1, indeks_granicnog_raspona(j))-10,
          relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1, indeks_granicnog_raspona
          (j))+3, [' num2str(pocetni_rasponi(1, indeks_granicnog_raspona(j)) ' , ' num2str(
          relativna_greska_ugiba_za_sve_raspone_u_odnosu_na_ugib(1, indeks_granicnog_raspona
          (j))) ' ]', 'FontSize', 16)
292     hold on;
293 end
294 hold on;
295 grid on;
296 xlabel('Raspon [m]');
297 ylabel('Relativna greka ugiba [m]');
298 xlim([pocetni_rasponi(1,1), pocetni_rasponi(1, length(pocetni_rasponi))]);
299 set(gca, 'FontSize', 16);
300 end

```

U nastavku je prikazan programski kôd kreiran u programskom okruženju MATLAB, verzija R2017B, koji je korišten za proračun zavisnosti relativne greške ugiba od mase i dužine izolatora.

```

1 a=25;
2 ind_J=1;
3 ind_L=1;
4 z=zeros(21,21);
5
6 for Lk=0.5:0.1:2.5
7     for Jk1=25:10:225
8         % Ulazni podaci:
9         h=0; % Visinska razlika izmedju tacaka vjesanja [m]
10        mc=0.987; % Masa po jedinici duzine [kg/m]
11        S=282.5; % Presjek provodnika [mm^2]
12        E=77e3; % Modul elasticnosti [N/mm^2]
13        eT=18.9e-6; % Koeficijent linearnog rastezanja [1/K]
14        H1=2825; % Horizontalna komponenta sile zatezanja [N]
15        g=9.81; % Gravitaciono ubrzanje [m/s^2]
16        Jk2=Jk1; % Masa izolatora sa ledom [kg]
17
18        Gk1=Jk1*g; % Tezina izolatora bez leda [N]
19        Gk2=Jk2*g; % Tezina izolatora sa ledom [N]
20
21        a=25;
22
23        % Iterativni postupak za odredjivanje pomjeraja izolatora za pocetnu
24        % temperaturu (samo za krute izolatore)
25        deltaAStaro=0; % Uslov za zavrsetak iterativnog postupka je razlika nove i stare
                vrijednosti
26        deltaHStaro=0; % tako da stare vrijednosti moraju biti sacuvane. U pocetnom trenutku
                su jednake 0 m
27
28        while 1
29            xA=-a/2;
30            V1=Gk1/2-H1*sinh(mc*g*xA/H1);
31            V2=Gk1/2+H1*sinh(mc*g*(a+xA)/H1);
32            delta1=H1*Lk/sqrt(V1^2+H1^2);
33            delta2=-H1*Lk/sqrt(V2^2+(-H1)^2);
34            epsilon1=(1-V1/sqrt(V1^2+H1^2))*Lk;
35            epsilon2=(1-V2/sqrt(V2^2+(-H1)^2))*Lk;
36            deltaA=delta2-delta1;
37            deltaH=epsilon2-epsilon1;
38            a=a+deltaA-deltaAStaro;
39            if (abs(deltaA-deltaAStaro)<1e-3 && abs(deltaH-deltaHStaro)<1e-3)
40                break

```

```

41         else
42             deltaAStaro=deltaA;
43             deltaHStaro=deltaH;
44         end
45     end
46
47     ugib_sa_izolatorima=V1/H1*Lk/sqrt(1+(V1/H1)^2)+H1/(mc*g)*(cosh(mc*g*a/(2*H1))
48     -1); % Kruti izolatori
49 %     ugib_sa_izolatorima=H1/(mc*g)*(cosh(sqrt((mc*g*25)^2/(4*H1^2)+(mc*g*Lk)^2/H1
50     ^2+mc*g*Gk1*Lk/H1^2))-1); % Fleksibilni izolatori
51     ugib_bez_izolatora=H1/mc/g*(cosh(mc*g*25/2/H1)-1);
52     z(ind_L,ind_J)=(ugib_sa_izolatorima-ugib_bez_izolatora)/ugib_sa_izolatorima*100;
53     ind_J=ind_J+1;
54 end
55
56
57 ind_L=ind_L+1;
58 ind_J=1;
59 end
60
61 figure(1);
62 surf(25:10:225, 0.5:0.1:2.5, z);
63 xlabel('Masa izolatora [kg]');
64 ylabel('Duzina izolatora [m]');
65 zlabel('Relativna greska ugiba');
66 xlim([25 225]);
67 ylim([0.5 2.5]);
68 set(gca,'FontSize', 16);
69 colormap('jet');

```

U nastavku je prikazan programski kôd kreiran u programskom okruženju MATLAB, verzija R2017B, koji je korišten za proračun zavisnosti relativne greške ugiba od raspona i horizontalne komponente sile zatezanja.

```

1 a=25;
2 ind_J=1;
3 ind_L=1;
4 z=zeros(21,21);
5
6 for Lk=0.5:0.1:2.5
7     for Jk1=25:10:225
8         % Ulazni podaci:
9         h=0; % Visinska razlika izmedju tacaka vjesanja [m]
10        mc=0.987; % Masa po jedinici duzine [kg/m]
11        S=282.5; % Presjek provodnika [mm^2]
12        E=77e3; % Modul elasticnosti [N/mm^2]
13        eT=18.9e-6; % Koeficijent linearnog rastezanja [1/K]
14        H1=2825; % Horizontalna komponenta sile zatezanja [N]
15        g=9.81; % Gravitaciono ubrzanje [m/s^2]
16        Jk2=Jk1; % Masa izolatora sa ledom [kg]
17
18        Gk1=Jk1*g; % Tezina izolatora bez leda [N]
19        Gk2=Jk2*g; % Tezina izolatora sa ledom [N]
20
21        a=25;
22
23        % Iterativni postupak za odredjivanje pomjeraja izolatora za pocetnu
24        % temperaturu (samo za krute izolatore)
25        deltaAStaro=0; % Uslov za zavrsetak iterativnog postupka je razlika nove i stare
                vrijednosti
26        deltaHStaro=0; % tako da stare vrijednosti moraju biti sacuvane. U pocetnom trenutku
                su jednake 0 m
27
28        while 1
29            xA=-a/2;
30            V1=Gk1/2-H1*sinh(mc*g*xA/H1);
31            V2=Gk1/2+H1*sinh(mc*g*(a+xA)/H1);
32            delta1=H1*Lk/sqrt(V1^2+H1^2);
33            delta2=-H1*Lk/sqrt(V2^2+(-H1)^2);
34            epsilon1=(1-V1/sqrt(V1^2+H1^2))*Lk;
35            epsilon2=(1-V2/sqrt(V2^2+(-H1)^2))*Lk;
36            deltaA=delta2-delta1;
37            deltaH=epsilon2-epsilon1;
38            a=a+deltaA-deltaAStaro;
39            if (abs(deltaA-deltaAStaro)<1e-3 && abs(deltaH-deltaHStaro)<1e-3)
40                break

```

```

41         else
42             deltaAStaro=deltaA;
43             deltaHStaro=deltaH;
44         end
45     end
46
47     ugib_sa_izolatorima=V1/H1*Lk/sqrt(1+(V1/H1)^2)+H1/(mc*g)*(cosh(mc*g*a/(2*H1))
48         -1); % Kruti izolatori
49 %     ugib_sa_izolatorima=H1/(mc*g)*(cosh(sqrt((mc*g*25)^2/(4*H1^2)+(mc*g*Lk)^2/H1
50 %     ^2+mc*g*Gk1*Lk/H1^2))-1); % Fleksibilni izolatori
49     ugib_bez_izolatora=H1/mc/g*(cosh(mc*g*25/2/H1)-1);
50     z(ind_L,ind_J)=(ugib_sa_izolatorima-ugib_bez_izolatora)/ugib_sa_izolatorima*100;
51     ind_J=ind_J+1;
52 end
53 ind_L=ind_L+1;
54 ind_J=1;
55 end
56
57 figure(1);
58 surf(25:10:225, 0.5:0.1:2.5, z);
59 xlabel('Masa izolatora [kg]');
60 ylabel('Duzina izolatora [m]');
61 zlabel('Relativna greska ugiba');
62 xlim([25 225]);
63 ylim([0.5 2.5]);
64 set(gca,'FontSize', 16);
65 colormap('jet');

```